

## Réguler la liquidité des actifs risqués

Document de Travail  
Working Paper  
2017-19

Anne-Marie Rieu-Foucalt



UMR 7235

Université de Paris Ouest Nanterre La Défense  
(bâtiment G)  
200, Avenue de la République  
92001 NANTERRE CEDEX

Tél et Fax : 33.(0)1.40.97.59.07  
Email : [nasam.zaroualete@u-paris10.fr](mailto:nasam.zaroualete@u-paris10.fr)



# REGULER LA LIQUIDITE DES ACTIFS RISQUES

*Anne-Marie RIEU-FOUCAULT<sup>1</sup>*

---

<sup>1</sup> EconomiX, UPL, Université Paris Nanterre, CNRS, F92000 Nanterre, France et Banque de France, 39, rue Croix des Petits Champs – 75001 Paris ; e-mail : [amarie.rieu@gmail.com](mailto:amarie.rieu@gmail.com) ; tél : 00 33 1 42 97 71 03.

Disclaimer : Les positions exprimées n'engagent que son auteure et ne correspondent pas forcément à celles de la Banque de France.

## **REGULER LA LIQUIDITÉ DES ACTIFS RISQUÉS.**

### **RESUME :**

L'existence du risque des créances titrisées sur les bilans bancaires a été l'une des spécificités de la crise de 2007-2009. Les marchés d'actifs se sont gelés, dans le sillage de la crise de confiance liée au contexte d'asymétries d'information entre les banques, vendeurs de ces créances titrisées et les fonds d'investissement, leurs acheteurs. Dans ce contexte, ce papier propose un équilibre séquentiel dans lequel la banque centrale peut intervenir pour ranimer le marché d'actifs. Toutefois, ce rôle du banquier central est celui d'un preneur de risque en dernier ressort, qui a un coût budgétaire. Le papier montre alors que la mission de fourniture des liquidités doit être complétée par une politique macroprudentielle sur les risques extrêmes des actifs. Enfin, une comparaison est faite entre le modèle de l'économie normative et la gestion pratique de la crise par les banques centrales.

***MOTS-CLES : Banques centrales – Liquidité – Conception de mécanisme.***

## **REGULATING THE LIQUIDITY OF RISKY ASSETS.**

### **SUMMARY:**

The existence of the risk of the securitized assets on the bank balance sheets was one of the specificities of the 2007-2009 crisis. Asset markets have frozen, in the wake of the crisis of confidence linked to the asymmetry of information between banks, sellers of these securitized assets and investment funds, their buyers. In this context, this paper proposes a sequential equilibrium in which the central bank can intervene to revive the asset market. However, this role of the central banker is that of a risk taker of last resort, which has a budgetary cost. The paper then shows that the mission of supplying liquidity must be supplemented by a macroprudential policy on the extreme risks of assets. Finally, a comparison is made between the normative economy model and the practical management of the crisis by the central banks.

***KEYWORDS : Central banks – Liquidity – Mechanism design.***

**Codes JEL : D82, E58, H12.**

# 1. INTRODUCTION

La crise financière de 2007-2009 a été caractérisée par un gel des marchés du financement bancaire. Cette défaillance des marchés est la cause d'une crise de confiance des actifs combinée à un manque d'actifs sûrs pour les financements bancaires (émissions ou emprunts).

La crise de confiance est le résultat de la libéralisation financière et de la recherche de rendement dans un contexte de faible volatilité ayant menée au développement massif des créances titrisées. La titrisation a eu trois conséquences majeures sur la structure des intermédiaires et des marchés financiers : (1) elle a accru le risque agrégé des actifs financiers par la possibilité de transférer les risques de crédit, (2) elle a modifié la nature des actifs risqués en augmentant la complexité, (3) elle a conduit à une opacité des bilans bancaires permettant une asymétrie d'information entre l'émetteur d'une créance et son investisseur. Au final, ces phénomènes se sont traduits par une hausse de l'incertitude ayant mené à une perte de confiance dans la valeur des actifs. Dans ce contexte, ce papier a comme objectif de modéliser le gel des marchés de financement dans un cadre d'asymétrie d'information.

Le manque d'actifs sûrs, responsable du manque de liquidité, est lié à une transformation des actifs constituant les actifs sûrs. Gorton, Lewellen et Metrick (2012) définissent les actifs sûrs comme étant les titres d'états pour les actifs publics et la quasi-monnaie pour les actifs privés ; ils définissent, aussi, les actifs sûrs comme étant les actifs financiers insensibles à l'information et pouvant être remis aisément en collatéral des opérations de financement.

La littérature sur la crise de 2007-2009 s'est questionnée sur la quantité d'actifs sûrs nécessaires pour garantir les opérations de financement du secteur financier (e.g. Heller Vause 2012, Sidanius Zikes 2012, Fender Lewrick 2013, Duffie Scheicher Vuillemeys 2014) et sur les conséquences du manque possible de ces actifs sûrs avant la crise (Caballero 2010, Gourinchas Jeanne 2012). Gorton, Lewellen et Metrick (2012) mesurent une stabilité objective sur les soixante dernières années aux Etats-Unis des actifs sûrs à un tiers du total des actifs. Toutefois la structure des actifs sûrs au cours du temps s'est fortement modifiée. Une reprise des chiffres mentionnés par Gorton, Lewellen et Metrick (2012) montre qu'alors que l'économie (US) est de plus en plus financiarisée avec une multiplication par 2,5 du ratio des actifs financiers en pourcentage du PIB, la structure des actifs sûrs a évolué de manière drastique avec deux évolutions majeures : (1) la diminution importante de la part des obligations souveraines dans les actifs sûrs qui est compensée par une hausse équivalente de

la part des actifs sûrs privés ; (2) la forte baisse des actifs sûrs issus des banques (dépôts) compensés par une forte hausse des actifs sûrs issus du secteur bancaire parallèle (par exemple repos). Or, cette modification de structure des actifs sûrs a des conséquences sur la structure et sur le type de financements bancaires car : (1) le rôle des actifs sûrs publics et des actifs sûrs privés n'est, dans les faits, pas identique même s'il peut apparaître en apparence substituable. (2) Cette modification de structure des actifs sûrs a impliqué une explosion des financements à très court terme issus du secteur bancaire parallèle. (3) La croissance du secteur bancaire parallèle a été parallèle à la croissance des prêts collatéralisés. Par suite, la diminution d'actifs sûrs publics dont l'un des rôles majeurs était de fournir de la liquidité en tant que collatéral s'est traduite par l'expansion de mécanisme de décotes lors de l'engagement d'opérations considérées comme plus risquées, avec le déclenchement de la crise. Par ailleurs, la crise de confiance dans la valeur des actifs a rendu risqués les créances à court terme et les emprunts des banques dont les détenteurs sont principalement les banques du secteur bancaire parallèle.

Ce papier base sa modélisation sur le constat de l'importance du secteur bancaire parallèle comme producteur d'actifs sûrs puis sur son retrait, en tant qu'acheteur, dans la crise de confiance de 2007-2009 précédemment décrite.

Le gel des marchés de financement a comme conséquence une spirale de contagion au sein des différentes formes de liquidité comme le décrivent Brunnermeier et Pedersen (2008) ou Martin, Skeie et Von Thadden (2014). Non interrompue, cette spirale mène à une crise de solvabilité, à des renflouements bancaires par les gouvernements et, dans tous les cas, à une perte de bien-être de l'économie. Ainsi, des interventions après le déclenchement de la crise ont dû être menées par les banques centrales pour rétablir le fonctionnement des marchés et la confiance dans les actifs risqués détenus par les banques. Plusieurs banques centrales sont donc intervenues par des opérations d'achats d'actifs risqués, qualifiées d'allègement de crédit. Parallèlement, les régulateurs bancaires ont proposées plusieurs mesures de réglementation sur la liquidité bancaire individuelle et macroprudentielle, principalement basées sur des ratios comptables.

Le premier objectif de ce papier est de proposer une régulation de la liquidité des actifs risqués mais qui interviendrait avant la survenance de la crise plutôt qu'après. Le deuxième objectif est d'articuler, dans un même modèle, des mesures macroprudentielles avec les interventions de liquidité des banques centrales. La régulation de la liquidité des actifs risqués est proposée par la banque centrale dans le cadre d'un contrat avec les banques. Les

allocations de liquidité des banques vont s'inscrire dans un environnement macroprudentiel de régulation de la liquidité des actifs risqués qui repose sur les principes de la gestion des risques plutôt que sur les principes comptables réglementaires. Enfin, le troisième objectif est de pouvoir mesurer l'effet du coût des fonds publics sur le bien-être.

Le principal apport du papier est de repartir d'un modèle de l'économie normative sur le gel des marchés financiers, issu de Tirole (2012), et de l'adapter à des allègements de crédit en présence d'une réglementation macroprudentielle sur les risques des actifs. Il met aussi l'accent sur l'importance du secteur bancaire parallèle dans le déclenchement des crises et discute comment ce modèle de l'économie normative peut être utile pour les banques centrales par rapport à leur gestion de la dernière crise.

Le contrat incitatif supprime l'aléa moral relié à la bonne conduite d'un nouveau projet d'investissement. Ce dernier est possible grâce à la monnaie reçue de la banque centrale ou d'un intervenant de marché lors de la vente d'un actif de dotation risqué. La qualité de l'actif de dotation risqué est une information privée des banques qui leur procure une rente informationnelle. Toutefois, dans le cas de l'intervention publique, cette rente est compensée par la réalisation du nouveau projet d'investissement. Il vient augmenter la production et ainsi compenser, en termes de bien-être, la rente reçue. Dans ce papier, les actifs sont achetés alors que dans Tirole les actifs restent sur le bilan et seul le risque de crédit est transféré par le contrat. L'opération de rachat, ici, se traduit par la fourniture de monnaie à réinvestir dans le nouveau projet d'investissement alors que dans Tirole la liquidité est procurée par la mise en garantie de l'actif. Cela permet de centrer l'analyse sur des opérations d'allègement de crédit.

Une intervention des banques centrales pour un objectif de stabilité financière ayant une répercussion sur les taxes payées par le contribuable crée un lien entre politique des liquidités et politique budgétaire. Il y a donc dépendance des politiques budgétaires et de stabilité financière<sup>2</sup>. La deuxième remarque concerne l'application des principes de modélisation qui viennent d'être spécifiés. Le contrat avec les banques est optionnel et, en ce sens, il définit un mécanisme d'allocation de liquidité des actifs risqués. Théoriquement, un mécanisme doit fonctionner sur la base d'un budget équilibré<sup>3</sup>. Sachant que les banques, à l'équilibre, conservent une rente informationnelle pour que les actifs de la plus mauvaise qualité soient

---

<sup>2</sup> Cette dépendance s'applique à un nombre plus large de mesures de stabilité financière que les interventions des banques centrales. Il n'y a pas de neutralité budgétaire de l'instabilité financière car, même en l'absence de politiques de stabilité financière, le déclenchement d'une crise financière a des conséquences budgétaires importantes.

<sup>3</sup> Pour un développement plus détaillé se référer à la section 2 de ce papier qui présente la littérature sous-tendant la conception de mécanisme utilisée dans ce papier.

vendus, il est nécessaire de trouver un financement de cette rente. Le gain d'efficacité qui contrebalance la rente conduit alors à facturer aux contribuables les interventions de la banque centrale en fonction des différentes conditions de marchés : période normale et période de crise.

Les principaux résultats montrent que le marché peut fonctionner seul lorsque le prix de l'actif risqué est suffisamment élevé pour donner au vendeur l'incitation de ne pas détourner de revenu du nouveau projet d'investissement ; dans ce cadre, le contrôle macroprudentiel permet d'augmenter les échanges de marché et donc l'efficacité de l'économie. Lorsque la banque centrale intervient, à l'équilibre, le prix est fixé de manière unique par la banque centrale et s'impose au marché. Le volume des échanges sur le marché ne dépend, lui, que du ratio des rendements entre l'actif de dotation et le nouveau projet d'investissement. Le problème de l'intervention de la banque centrale réside dans le coût lié à cette intervention, et pris en charge par le payeur de taxes.

Les résultats sur le bien-être de l'économie justifient la pérennité des mesures non conventionnelles d'allègement de crédit et la conduite d'une politique de liquidités en temps normal. Ils montrent toutefois qu'une politique macroprudentielle de contrôle des risques des actifs est souhaitable à la fois ex-ante et lors de la gestion d'une crise financière à l'aide du mécanisme d'allocation de liquidités.

La suite du papier est organisée comme suit.

La deuxième section présente une brève revue des deux axes de la littérature dont s'inspire la modélisation. La troisième section détaille le modèle de prix non linéaires en allègement de crédit des banques centrales. Elle présente le contrat que la banque centrale propose aux banques et la conversion des transferts et quantités en prix d'échange de l'actif. La quatrième section résout le jeu séquentiel défini par la banque centrale pour un marché qui fonctionne et pour un marché gelé. La cinquième section étudie les conséquences sur les résultats du modèle de la politique budgétaire et d'une politique macroprudentielle de contrôle des risques des actifs avant proposition du mécanisme. La sixième section analyse la gestion de la crise pour l'économie normative et montre comment une politique macroprudentielle active reproduit certaines modalités d'intervention de la BCE. La septième section conclut.

## **2. POSITIONNEMENT DANS LA LITTÉRATURE**

Le modèle de ce papier s'appuie principalement sur la modélisation proposée par Tirole (2012). Toutefois, il s'inspire aussi de deux autres types de littérature. Le premier type de littérature est la gestion des crises de liquidité. Le deuxième type de littérature est théorique et concerne, notamment, la définition des contraintes de participation dans un mécanisme.

### **2.1 Littérature des crises de liquidité systémiques**

La littérature sur l'analyse des crises de liquidité systémique est relativement récente, faisant suite au développement d'un réseau bancaire et financier de plus en plus complexe et interconnecté. Les deux origines principales des crises de liquidité systémiques s'articulent autour de deux notions : celle de la contagion et celle des chocs macroéconomiques.

Rochet Tirole (1996) étudie la contagion sur les marchés de la monnaie lorsqu'une banque emprunteuse ne peut pas rembourser la banque prêteuse. Les transactions sont possibles grâce à la gestion du risque de contrepartie, c'est à dire que chaque banque détient une information privée<sup>4</sup> sur chacune de ses contreparties et évalue le risque que sa contrepartie soit défaillante. La banque utilise cette information soit pour ses propres prêts soit pour informer les autorités monétaires. Les renflouements éventuels de banques solvables mais avec des problèmes de liquidité sont effectués par la banque centrale, comme dans ce papier. A l'inverse toutefois de ce papier, dans Rochet et Tirole (1996) le risque de contrepartie est surveillé individuellement par la contrepartie de l'opération. Dans ce papier, la possibilité de transaction ne repose que sur la connaissance de la distribution de la qualité des actifs et l'espérance de gain qui en résulte. Par conséquent, ni les acheteurs ni la banque centrale n'obtiennent d'information leur permettant de connaître la qualité des actifs de dotation du vendeur. Ce choix de modélisation reflète l'opacité sur la qualité des actifs titrisés préalablement au déclenchement de la crise de 2007-2009.

De manière complémentaire, Holmstrom et Tirole (1998, 2010) développent une théorie permettant d'analyser les chocs de liquidité macroéconomiques. Ces chocs de liquidité se

---

<sup>4</sup> Remarque : L'information privée sur la contrepartie peut être permise par exemple par une proximité géographique ou par une relation de place suivie sur plusieurs années.



différencient de chocs de solvabilité lorsque leur impact est temporaire, c'est-à-dire lorsqu'il est possible de se procurer de la liquidité après le choc. Lorsqu'il s'agit de chocs macroéconomiques, ceux-ci ne sont pas assurables ex-ante par les dotations de liquidité privées, même en présence de marchés complets. La fourniture de liquidité doit alors être publique<sup>5</sup>.

Le présent papier vient compléter cette approche au sens où l'intervention (contractuelle) de la banque centrale est nécessaire pour ranimer le marché. Cette réactivation du marché se fait grâce à l'apport de liquidité par l'achat des actifs de mauvaise qualité. Cette opération a comme effet d'apurer le risque de crédit des bilans et de permettre de financer un nouveau projet d'investissement. Toutefois, cette intervention a un coût dont le financement est prélevé auprès de payeurs de taxes exogènes.

Dans un contexte théorique différent (jeu global), Morris et Shin (2012) étudient aussi les effets de l'auto-sélection des actifs et montrent comment cette asymétrie d'information peut conduire à une rupture totale des échanges. Des événements avec une très faible probabilité peuvent affecter la confiance du marché et le geler complètement.

A l'inverse, le présent papier montre comment, d'une situation où le marché est déjà gelé, une très petite intervention du gouvernement dont le coût est infinitésimal peut restaurer le fonctionnement du marché grâce à un choc de « nouvelle positive »<sup>6</sup>, générant alors un gain d'efficience important.

Hormis Tirole (2012), le papier contemporain qui se rapproche le plus du présent modèle est celui de Philippon et Skreta (2012). Philippon et Skreta (2012) étudient la même problématique de gel des marchés d'actifs illiquides où les banques qui détiennent ces actifs ont une information privée. Ils modélisent toutefois un gouvernement comme dans Tirole (2012) qui conçoit un mécanisme de renflouement avec des contraintes de participation endogènes.

La différence de modélisation provient alors principalement de la définition des actifs du bilan : chez Tirole et dans ce papier, l'actif de dotation et le projet d'investissement sont

---

<sup>5</sup> La liquidité publique est définie par Holmstrom et Tirole (1998, 2010) comme la liquidité fournie par le gouvernement qui émet des obligations financées par le payeur de taxes.

<sup>6</sup> Dans Tirole (2012) le choc porte sur la distribution des actifs de dotation. Dans ce papier le choc porte sur le surplus du projet d'investissement. Il est théoriquement identique de pratiquer l'un des deux types de chocs en terme de répercussion pour l'intervention de la banque centrale. Toutefois, l'introduction dans ce papier d'une borne minimale de la distribution des actifs de dotation qui est significative pour l'analyse amène à différencier les deux types de chocs.

distincts (rendements différents, aléa moral sur le projet d'investissement et auto-sélection sur l'actif de dotation) ; chez Philippon et Skreta, seul le rendement total de l'actif est observable sans possibilité de distinguer entre l'actif de dotation et le projet d'investissement. Les actifs sont plutôt interprétés comme un actif avant l'intervention du gouvernement et un actif après l'intervention du gouvernement mais qui ne sont pas séparément observables. À cause de la fongibilité des actifs, la modélisation de Philippon et Skreta ne permet pas de proposer un contrat distinguant le rachat de l'actif de dotation risqué avec un risque séparé et de nature différente du nouveau projet d'investissement.

L'absence de fongibilité dans ce papier est un élément important pour évaluer le coût des interventions de rachats d'actifs et le niveau de restriction de risque macroéconomique de l'actif risqué de dotation.

## **2.2 Littérature sur la concurrence en prix discriminants**

Par ailleurs, l'application sur l'allègement de crédit du modèle de ce papier se base sur la littérature théorique sur la concurrence en prix discriminants. Deux points de cette littérature sont importants pour le modèle de ce papier : (1) la définition d'une approche duale dépendante du « type » des agents, définition qui soit équivalente à un contrat avec des transferts non linéaires, fonctions des quantités, (2) la définition de l'équilibre, dépendant de contraintes de participation endogènes.

### (1) Définition du dual des prix non linéaires :

En présence de prix discriminants, par exemple du second degré ce qui correspond au cas de ce papier où le « type » est une information privée, le problème avec un prix non linéaire qui dépend des quantités doit être converti de manière à être exprimé en fonction du type. Il faut alors définir un espace équivalent entre le prix non linéaire des quantités et l'utilité du « type ».

C'est la première étape qui sera réalisée dans ce papier, à l'instar de Tirole (2012). Le choix restreint à des quantités binaires « investir » ou « ne pas investir » supprime une large partie des difficultés de conversion d'un modèle général en prix non linéaires. Dans le cadre de la conception de mécanisme, pour définir l'utilité en fonction du « type », le prix non linéaire en fonction des quantités est plutôt réécrit sous la forme d'un contrat constitué d'un

transfert qui dépend du type communiqué par l'agent et de quantités qui dépendent de ce même type communiqué.

(2) L'équilibre dépend de contraintes de participation endogènes :

On trouve des contraintes de participation qui influencent l'équilibre dans plusieurs papiers de la littérature de concurrence par des prix discriminants. Par exemple, Jullien (2000) qui définit un modèle général où la contrainte de participation dépend du type ; Rochet et Stole (2002) définissent, de nouveau un modèle général, une contrainte de participation qui va subir des chocs aléatoires indépendants entre les agents. Biais, Martimort et Rochet (2000) abordent une problématique proche de celle de ce papier où l'offre de liquidité se fait sur un marché décentralisé via des mécanismes d'échange.

À la différence de ce papier où le marché fonctionne en concurrence pure et parfaite avec un nombre illimité de banques du secteur bancaire parallèle pouvant acheter l'actif risqué, le nombre d'opérateurs de marché dans Biais, Martimort et Rochet est limité et chacun se comporte comme un monopole. Dans ce papier, le rôle d'offre de liquidité de marché est joué par la banque centrale. Dans l'intention il ne s'agit toutefois pas du même type de liquidité : les opérateurs de marché dans Biais, Martimort et Rochet sont des animateurs de marché qui jouent donc un rôle microstructurel en tant qu'intermédiaires (rôle de teneurs de marché ou market makers) alors que la banque centrale dans ce papier joue un rôle macroéconomique en tant qu'intervenant en dernier ressort comme preneur de risque.

Ainsi, dans ce papier le mécanisme général est centralisé et, par ailleurs, le marché offre des mécanismes décentralisés concurrentiels alors que Biais, Martimort et Rochet conçoivent uniquement plusieurs mécanismes incitatifs, décentralisés, en concurrence les uns avec les autres – mais où la concurrence est limitée. Dans leur papier les offres de contrats sont simultanées et l'utilité de réserve n'est pas affectée par le mécanisme. Dans ce papier, les contrats offerts, en premier par la banque centrale puis ensuite par le marché concurrentiel (intervenant du secteur bancaire parallèle en nombre infini) sont séquentiels. L'utilité de réserve est affectée par le mécanisme.

De manière synthétique, dans les modèles de la littérature précédemment décrits, l'équilibre dépend des contraintes de participation qui sont endogènes ; mais les offres de contrats se font toujours dans un jeu simultané à l'inverse de ce papier où le jeu du mécanisme est séquentiel ; dans les papiers de la littérature, les utilités déterminant l'option de sortie ne sont pas affectées par le mécanisme choisi et sont donc exogènes.

Dans ce papier, à l’instar de Tirole (2012), les utilités déterminant l’option de sortie sont modifiées par le choix du mécanisme car le marché réagit au mécanisme proposé par la banque centrale : le prix choisi par la banque centrale va définir de manière équivalente le type au-delà duquel l’option de sortie est exercée ; par ailleurs, techniquement, le choix de quantités binaires « investir » ou « ne pas investir » permet de simplifier la résolution du modèle de prix non linéaires et, ainsi, permet de fournir une solution à l’équilibre qui soit interprétable pour une application pratique.

### 3. LE MODELE EN ALLEGEMENT DE CREDIT

Le modèle étudie les cas où la banque centrale doit intervenir dans le marché pour acheter des actifs risqués. Ces actifs risqués sont représentés par le projet d’investissement d’une banque. Pour financer ce projet d’investissement, la banque doit vendre son actif de dotation. Cette section présente le modèle et la problématique associée, à laquelle est confrontée la banque centrale : intervenir ou pas pour suppléer le marché privé, sur lequel s’effectue la vente des actifs de dotation.

#### 3.1 Acteurs et technologie

Dans le cadre d’opérations de rachat d’actifs risqués (actifs de dotation), trois sortes d’intervenants opérationnels sont définis : les banques, le secteur bancaire parallèle et la banque centrale. Tous les intervenants sont neutres au risque.

(a) **Les vendeurs de l’actif de dotation** avec risque de crédit sont des générateurs de créances titrisés et donc, typiquement, des banques. Ces banques sont éligibles aux opérations de la banque centrale. En vendant les actifs titrisés, les banques peuvent récupérer soit du cash<sup>7</sup> soit des fonds propres leur permettant d’investir dans de nouveaux crédits ; ci-après ces nouveaux crédits sont représentés par le financement d’un nouveau projet d’investissement *I*.

(b) **Les acheteurs privés des créances titrisées** sont typiquement des banques du secteur bancaire parallèle, par exemple des fonds d’investissement qui ne peuvent pas octroyer

---

<sup>7</sup> Tirole (2012) investit ce cash en actions au passif du bilan du vendeur mais le cash peut aussi être utilisé directement pour financer le projet.

directement de crédit mais souhaitent acheter du risque de crédit dont le rendement est supérieur au coût de financement du passif. Ces acheteurs privés détiennent du cash, sont en nombre infinis  $i = \{1, 2, \dots, \infty\}$  et se font concurrence pour acheter l'actif de dotation ; par conséquent, du fait de la concurrence pure et parfaite existante entre eux, le profit dégagé par l'acheteur  $i$  est nul.

(c) **Un acheteur public** qui peut lever du cash grâce à la taxation<sup>8</sup>. L'acheteur public est la banque centrale qui n'a pas accès directement aux fonds publics. Les achats d'actifs par les banques centrales génèrent à la fois des coûts fixes de fonctionnement et un résultat - positif ou négatif selon que l'écart entre le revenu et le prix de l'actif soit positif ou négatif. La somme de ces coûts est transférée au gouvernement sous la forme de dividendes nets reversés à l'état. On fait l'hypothèse que lorsque la banque centrale intervient les fonds publics utilisés ont un coût  $\lambda$  par unité d'actif financé.

**La technologie** est constituée du nouveau projet d'investissement potentiel et de l'actif de dotation :

(a) **Nouveau projet d'investissement** :

Lorsque le vendeur fournit un effort pour la bonne implémentation de la technologie, le projet d'investissement  $I$  rapporte un revenu  $R_1$  augmenté d'un revenu privé  $b > 0$  ; sans l'effort, le projet d'investissement rapporte  $0$  et un revenu privé  $B > b$ .

**HYPOTHESE 1** : (nécessaire pour donner un sens au modèle) :

(1) Le surplus du projet - cas de réussite - est strictement positif :  $S = R_1 + b - I > 0$  ;

(2) Sans la vente de l'actif, le vendeur ne peut pas auto-financer le projet :

$$R_1 - (B - b) < I \Leftrightarrow S - B < 0 ;$$

(b) **L'actif de dotation**

Il a un rendement nominal  $R_0$  qui dépend du type  $\theta$  de l'actif ;  $\theta$  est l'information privée du vendeur, de densité  $f(\theta)$  et de distribution  $F(\theta)$  sur  $[a, 1]$ . On utilise une distribution uniforme  $\mathcal{U} [a ; 1]$ . La distribution des types est connue de tous ex-ante. Le type est défini par la perte unitaire de revenu en pourcentage, qui s'applique au rendement nominal sans risque  $R_0$ . Cette perte unitaire est donnée par le produit de la probabilité de défaut de l'actif et de son taux de recouvrement en cas de défaut. De manière équivalente, le type peut être la préférence

---

<sup>8</sup> Il n'y a pas de notion de stockage de cash ex-ante par un gouvernement ou par la banque centrale.

de la banque pour le risque des actifs de dotation, qui est réparti de manière aléatoire parmi les banques. Une interprétation alternative de l'apprentissage du type peut être la découverte d'une bulle de prix d'actifs ; le type  $\theta$  représente alors la découverte de survalorisation du revenu  $R_0$  de l'actif.

### (c) Le contrôle des risques extrêmes

Le contrôle des risques extrêmes s'effectue par les autorités publiques en fixant la valeur  $a$ , de la borne basse de la distribution du « type » des actifs de dotation. Ainsi, les autorités publiques vont être confrontées au choix de la partie de la distribution des types des actifs de dotation qu'il faut supprimer pour supprimer les événements extrêmes, et donc les plus fortes pertes. Cela revient à supprimer les types de créances titrisées<sup>9</sup> générant les pertes les plus importantes. La vérification est effectuée par le régulateur macroprudentiel lors de la mise en place de l'actif titrisé, sur le marché primaire. Cette préoccupation peut aussi être partagée par le contrôle interne des risques de la banque.

Par la suite, on suppose donc que le modèle intègre une borne basse  $a \geq 0$  de la distribution du type ; cette borne est le recouvrement minimal en cas de défaut pour des produits financiers risqués (créances titrisées). Si les types les plus catastrophiques (type qui peut à la fois faire défaut et avoir un taux de recouvrement nul) ne sont pas éliminés, alors  $a = 0$  ; le cas échéant où il est possible d'obtenir un taux de recouvrement strictement positif pour tous les types, alors  $a > 0$ .  $\theta \in \mathcal{U}[a; 1]$ .

### **HYPOTHESE 2 :**

Le contrôle des risques extrêmes est fixé de manière exogène ex-ante, par la composante de régulateur prudentiel de la banque centrale. On fait par ailleurs l'hypothèse que le volume d'actifs titrisables de l'économie n'est pas limité, quel que soit le niveau choisi pour le risque minimal macroéconomique des actifs.

## **3.2 Partage des revenus**

Un contrat  $C_i$  peut être proposé par l'acheteur privé  $i = \{1, 2, \dots, \infty\}$  ou par la banque centrale  $i=bc$  ; pour un type  $\hat{\theta}$  annoncé, le contrat détermine un transfert  $z_i(\hat{\theta})$  dépendant du

---

<sup>9</sup> Alternativement de limiter l'ampleur de la bulle ; on travaillera par la suite en parlant de limitation du risque des créances titrisées mais la même analyse peut être appliquée à une bulle.

projet seulement<sup>10</sup> et une quantité  $x_i(\hat{\theta}) \in \{0,1\}$  selon que le projet d'investissement est implémenté « 1 » ou pas « 0 ». En se restreignant aux contrats révélateurs ( $\hat{\theta} = \theta$ ) – restriction que l'on applique à partir d'ici –, un contrat est la relation :

$$\theta \rightarrow C_i(\theta) \equiv \{z_i(\theta), x_i(\theta)\},$$

Remarque : il est identique de spécifier  $\{z_i(\theta), x_i(\theta)\}$  ou d'exprimer un prix non linéaire fonction de la quantité :  $Z_i(x)$  ;  $x$  est ici déterministe et prend seulement deux valeurs, simplifiant largement la résolution du problème.

On peut alors définir les revenus ex-post : utilité du vendeur  $U(\theta)$  et profit de l'acheteur  $\pi(\theta)$  en fonction des décisions du vendeur :

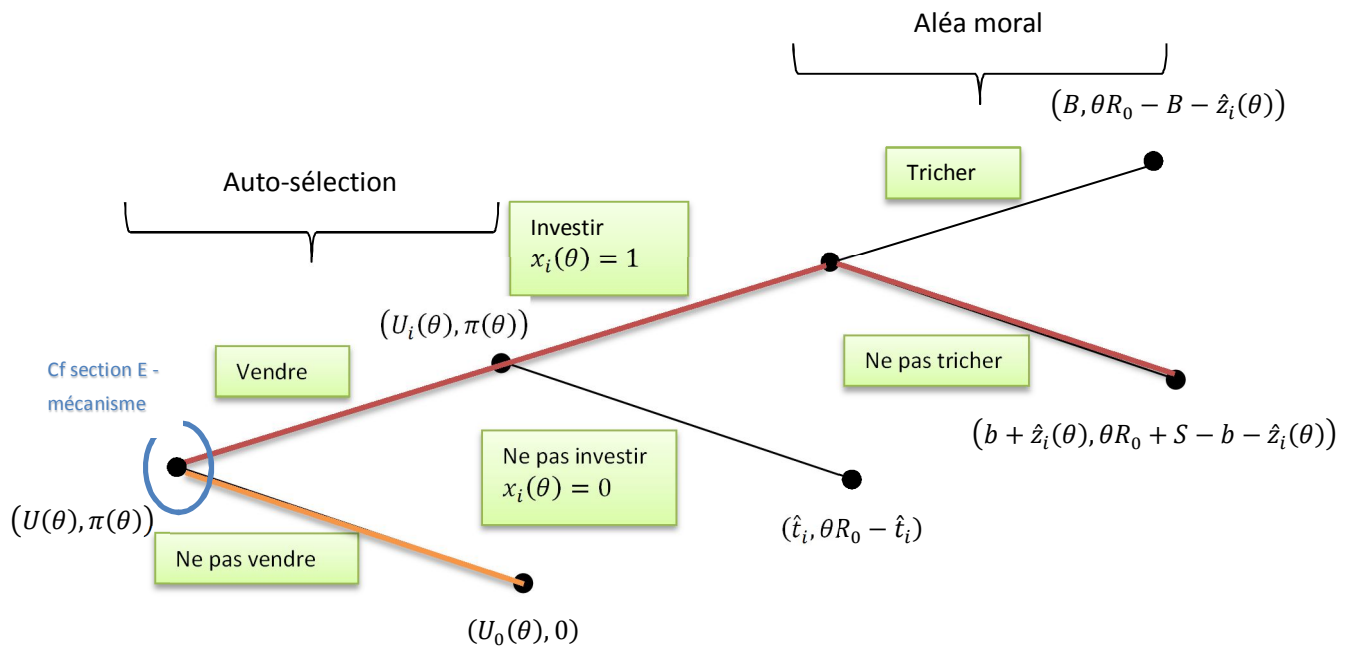


Figure 1. PROCESSUS DE DECISION DU VENDEUR ; REVENUS NETS ACHETEUR ET VENDEUR

Où :

$p_i$  est le prix de l'actif acheté par l'acheteur  $i$  ;

$U_0(\theta) = \theta R_0$ , est l'utilité de réserve du vendeur, qui définira la valeur de son option de sortie du mécanisme (cf infra.) ;

$$E_\theta[\pi(\theta)] = 0,$$

<sup>10</sup> Dans ce premier cas, on peut donc avoir une indépendance des bilans de l'acheteur et du vendeur si le cash versé par l'acheteur pour l'achat de l'actif n'est pas investi en fonds propres au passif du vendeur.

$\hat{z}_i \equiv z_i/(x_i(\theta) = 1)$ , soit le montant du transfert dans le cas où le vendeur investit ;

$\hat{t}_i \equiv z_i/(x_i(\theta) = 0)$ , soit le montant du transfert dans le cas où le vendeur n'investit pas ; dans ce cas-là l'acheteur n'a pas besoin de verser de revenu au vendeur ; par conséquent,  $\hat{t}_i = 0$  ;

Les revenus sont exprimés à partir de l'actif net<sup>11</sup> : ainsi les revenus de l'acheteur sont exprimés par l'écart entre l'actif de dotation acquis et son prix d'achat ; les revenus du vendeur sont exprimés par l'utilité qu'il récupère des termes du contrat dans le cas où l'actif a été vendu.

### 3.3 Incitations et participation

#### Cas d'information complète

Si les types étaient connus, les acheteurs privés offriraient des prix différenciés en fonction du type :  $p_i(\theta) = U_i(\theta) - S = \theta R_0 - S$  où  $S$  était le surplus du nouveau projet d'investissement :  $S = R_1 + b - I$  ;

**En présence d'asymétries d'information** sur  $\theta$ , le contrat défini par le transfert et la quantité (investir ou pas) peut être ré-exprimé en utilisant uniquement le prix d'achat/vente  $p_i$  de l'actif de dotation.

Sur la base de l'arbre du revenu, les contraintes d'incitation du vendeur sont :

(1) Contraintes d'incitation à révéler son type :

$$\hat{z}_i(\theta) \geq \hat{z}_i(\hat{\theta}), \quad \forall \hat{\theta} \neq \theta,$$

(2) Contraintes d'incitation à fournir l'effort pour le projet d'investissement :

$$b + \hat{z}_i(\theta) \geq B$$

Lorsque ces contraintes sont respectées, le vendeur d'actif va choisir d'implémenter le projet d'investissement car cette option lui est systématiquement plus favorable que celle où il n'implémenterait pas le projet. Par conséquent, si l'actif de dotation est vendu, il y a investissement<sup>12</sup> pour lequel  $x_i(\theta) = 1$  et absence d'aléa moral pour lequel  $U_i(\theta) = b + \hat{z}_i(\theta)$ .

---

<sup>11</sup> L'actif net est défini en opposition au passif net ; cela signifie que l'on situe le problème dans une approche de bilan (donc de stocks) et non seulement de flux entrants et sortants.

<sup>12</sup> Tirole démontre en annexe dans le cas du mécanisme dissociant le marché et le gouvernement que l'option triviale  $x_i(\theta) = 0$  est dominée par le mécanisme non trivial où  $x_i(\theta) = 1$  ; cela aura des conséquences sur le niveau minimal des types financés par le gouvernement.



En remontant encore en arrière dans l'arbre de décision, le vendeur doit répondre à la dernière contrainte d'incitation :

(3) Contrainte d'incitation à vendre l'actif de dotation (ou contrainte de participation au mécanisme – cf infra):

$$U_i(\theta) \geq U_0(\theta) \text{ avec } i = \{1, 2, \dots, \infty\} \text{ ou } i = g; \text{ soit } b + \hat{z}_i(\theta) \geq \theta R_0;$$

$U_0(\theta)$  est le niveau de l'utilité minimale pour participer au mécanisme ; il définit donc le niveau d'utilité en deça duquel l'option de sortie du mécanisme est exercée.

Enfin, l'acheteur privé (banque de l'ombre) doit avoir un profit (au moins) nul en concurrence pure et parfaite pour qu'il accepte de participer. Ex-post, lorsque l'investissement et l'effort sur la réalisation du projet sont réalisés, ce profit est donné par la somme du revenu net du projet d'investissement et du revenu de l'actif de dotation diminué du transfert prévu dans le contrat, soit :  $R_1 - I + \theta R_0 - \hat{z}_i(\theta) = S + \theta R_0 - (b + \hat{z}_i(\theta)) = 0$  ;

Par ailleurs, le revenu net de l'acheteur était donné par :  $\theta R_0 - p_i$  ;

En égalisant les deux expressions ci-dessus, on trouve la relation entre le transfert  $\hat{z}_i(\theta)$  et le prix  $p_i$  de l'acheteur  $i$ , soit :

$$p_i + S = (b + \hat{z}_i(\theta)) = U_i(\theta) ;$$

En utilisant cette dernière relation, il est possible de ré-exprimer le problème uniquement avec les utilités, le prix de vente de l'actif de dotation et le surplus du projet d'investissement ; les différentes contraintes d'incitation deviennent donc :

$$\text{Pour le vendeur :} \quad (\text{IC}) \quad p_i + S \geq B \quad \text{soit} \quad p_i \geq B - S \quad (1)$$

$$(\text{PCv}) \quad p_i + S \geq \theta R_0 \quad (2)$$

En utilisant la contrainte de participation du vendeur (2), on peut définir la contrainte de participation de l'acheteur ex-ante :

$$(\text{PCa}) \quad p_i \leq E[\theta R_0 | \theta R_0 \leq p_i + S] \equiv m^- \left( \frac{p_i + S}{R_0} \right) R_0 \quad (3)$$

Où  $m^-$  signifie l'espérance conditionnelle tronquée vers le bas i.e. l'espérance des types  $\theta \leq \frac{p_i + S}{R_0}$ .

La contrainte (2) ayant déjà été utilisée dans la définition de la contrainte de participation de l'acheteur, les contraintes (1) et (3) doivent être satisfaites. En raison de la concurrence des acheteurs privés, le surplus net bénéficie à l'acheteur. Par conséquent, le prix de vente est celui le plus élevé qui permette la participation de l'acheteur : la contrainte (3) est saturée :

$p = m^- \left( \frac{p+S}{R_0} \right) R_0$ . Si la contrainte (1) n'est pas satisfaite alors le prix  $p = 0$  et il n'y a pas de possibilité d'échanger via le marché.

### 3.4 Cas benchmark : Autarcie du marché

Dans un cadre où les acheteurs privés (banques du secteur parallèle) se font concurrence et génèrent un profit nul le problème à résoudre est de maximiser le profit de la banque (vendeur) sous les deux contraintes résiduelles du problème précédent : (1) incitation de la banque à fournir l'effort nécessaire pour générer le revenu futur du nouveau projet d'investissement, (2) participation du fonds d'investissement (acheteur).

$$\text{Contrainte d'incitation : } p_i + S \geq B \quad (1')$$

$$\text{Contrainte participation acheteur : } p_i \leq m \left( a, \frac{p_i+S}{R_0} \right) R_0 = \frac{a + \frac{p_i+S}{R_0}}{2} R_0 \quad (3')$$

La contrainte a été obtenue en appliquant la loi uniforme à l'espérance conditionnelle de l'intervalle  $\left[ a, \frac{p_i+S}{R_0} \right]$ . Cette contrainte étant saturée, le prix de l'acheteur  $i$  est :

$$p_i = aR_0 + S \quad (4)$$

De la contrainte d'incitation (1'), l'échange a lieu si  $p_i \geq B - S$  et n'a pas lieu si  $p_i < B - S$  ;

En utilisant le prix issu de (4), la condition pour que l'échange ait lieu en présence uniquement du marché est :  $aR_0 + 2S \geq B$  (5)

On appelle  $p_l$ , le prix d'équilibre et  $\theta_l$ , le seuil de l'option de sortie lorsque le marché fonctionne seul. On note  $\underline{p}_l$  et  $\underline{\theta}_l$ , les valeurs minimales du prix et de l'option de sortie pour lesquelles le marché n'est pas gelé.

De (4) et de (5), la condition nécessaire pour que l'échange se fasse implique que le prix est :

$$\begin{cases} p_l = aR_0 + S & \text{si } aR_0 + 2S \geq B \\ p_l = 0 & \text{si } aR_0 + 2S < B \end{cases} \quad (6)$$

Le seuil d'exercice de l'option de sortie associée (le prix détermine l'option de sortie de manière unique et inversement) est déduit de la saturation de la contrainte de participation du vendeur (2) :  $p_l = \theta_l R_0 - S$ , soit :

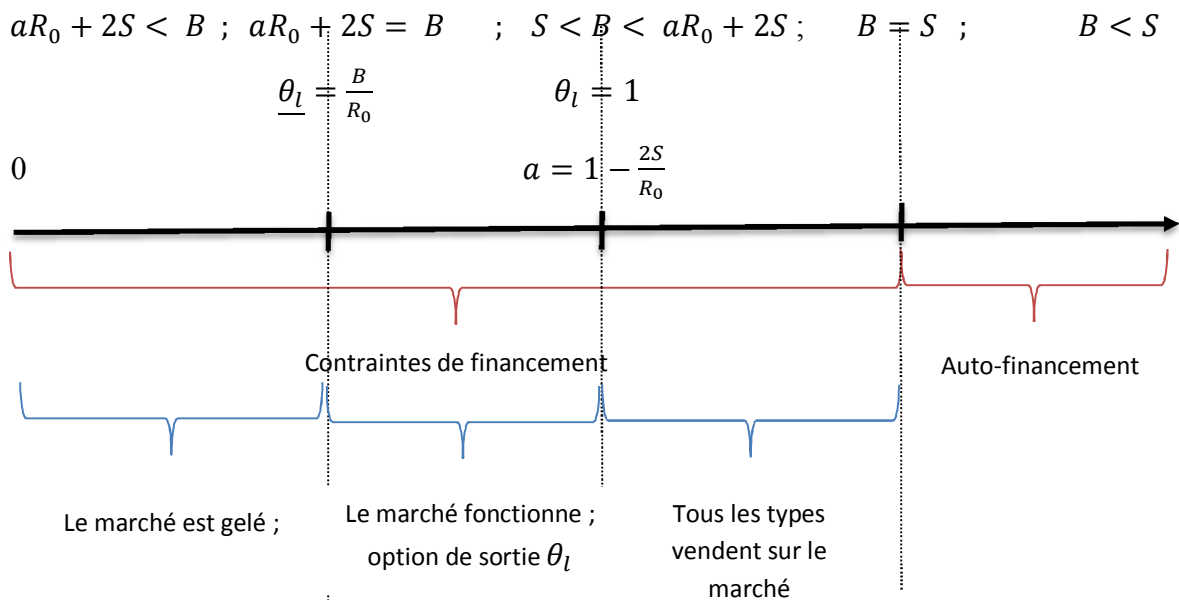
$$\begin{cases} \theta_l = a + \frac{2S}{R_0} & \text{si } aR_0 + 2S \geq B \\ \theta_l = a & \text{si } aR_0 + 2S < B \end{cases} \quad (7)$$

Les seuils de prix minimal et d'option de sortie associée pour que le marché ne se gèle pas sont :

$$\underline{p}_l = B - S \quad (aR_0 + 2S = B \Leftrightarrow aR_0 + S = B - S) \quad \text{et} \quad \underline{\theta}_l = \frac{B}{R_0} \quad (8)$$

$\underline{p}_l = B - S$  est le plus petit prix qui permet l'investissement  $x(\theta) = 1$ . Investir est une stratégie dominante.

Le fonctionnement du marché en autarcie peut donc être résumé sous la représentation suivante qui intègre les hypothèses,  $S < B$  de rationnement du crédit et,  $\theta_l \geq 1$  de vente possible par tous les types.



### HYPOTHESE 3 :

Pour avoir  $\theta_l \leq 1$ , on doit donc poser comme hypothèse :  $a \leq 1 - \frac{2S}{R_0}$  ; (pour  $\frac{2S}{R_0} \geq 1$  alors  $a = 0$ ) ;

### 3.5 Introduction de la banque centrale

Deux éléments différencient la banque centrale du marché :

- (1) La banque centrale a accès (via le gouvernement) aux fonds issus de la taxation. Ils permettent une action qui n'est pas à la portée du secteur privé ;
- (2) La banque centrale joue le rôle d'un planificateur social et, à l'inverse du secteur privé (secteur bancaire parallèle ou banques), elle ne maximise pas un profit privé mais le bien-être de l'économie (ex-ante). Ce bien-être est donné par la somme de l'utilité que les banques récupèrent de la vente de l'actif de dotation, du profit des acheteurs privés et du déficit ( $D$ ) de l'acheteur public, banque centrale, augmenté du coût des fonds publics  $\lambda$  :

$$W = E[u(\theta)] + \pi - (1 + \lambda)D$$

Le profit des fonds d'investissement étant nul en raison de la situation de concurrence, la banque centrale, lorsqu'elle intervient, fait nécessairement une perte. Elle intervient pour accroître le bien-être agrégé et non pour concurrencer les fonds d'investissement. Sachant que le profit à l'équilibre est nul sans intervention de la banque centrale, son intervention va se faire à un prix plus élevé qu'avec un marché fonctionnant seul et est nécessairement coûteuse. Ce coût sert à financer la hausse du surplus pour l'ensemble de l'économie, hausse contrebalancée négativement par la capture de rente par les banques. Le coût de l'intervention justifie la supériorité d'un marché qui fonctionnerait et qui financerait tous les types  $\theta \in [a, 1]$  ;

Deux questions vont se poser :

- (1) Quand est-ce que la banque centrale doit intervenir et sous quelle condition lorsqu'un marché qui fonctionne ne finance pas tous les types ?
- (2) Sous quelles conditions la banque centrale doit intervenir en présence de défaillance du marché (i.e. le marché est gelé et les banques qui détiennent l'actif risqué de dotation ne peuvent pas l'échanger, quel que soit le prix) ?

#### Conception du mécanisme séquentiel

Lorsque les banques centrales proposent le mécanisme d'allocation de liquidité, les instances gouvernantes des banques ont eu connaissance de manière privée de l'information concernant le risque de l'actif de dotation. La ligne temporelle des actions est :

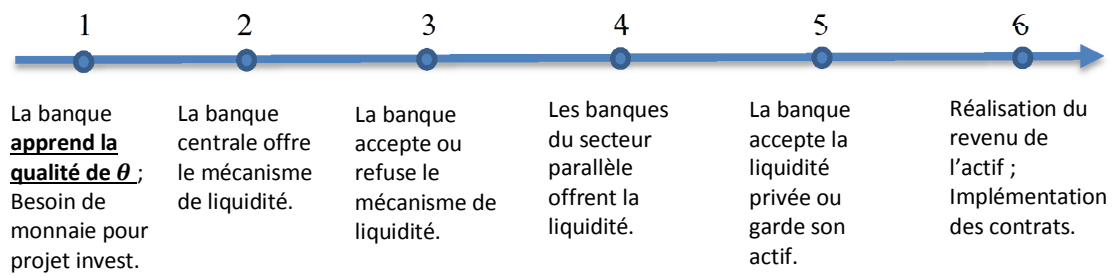


Figure 3 – SEQUENCE TEMPORELLE

Cette séquence définit le jeu entre le marché et la banque centrale. Afin de contrôler l'équilibre, la banque centrale propose son contrat d'achat en amont du contrat d'achat proposé par le marché<sup>13</sup>, définissant par conséquent un jeu séquentiel.

<sup>13</sup> L'opération d'achat et vente sur le marché est aussi définie par le contrat de vente (cf cas benchmark).

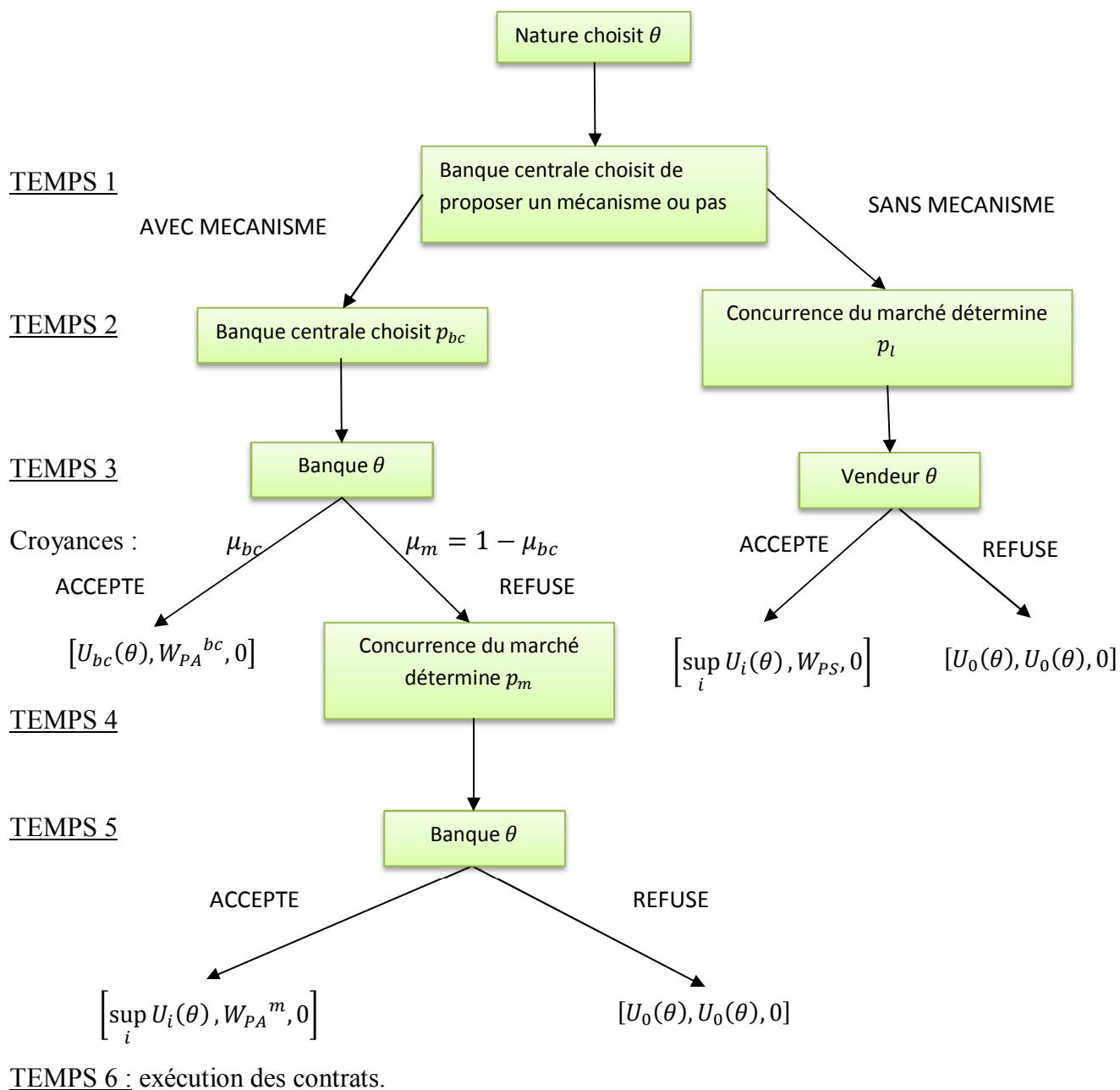


Figure 4 – JEU SEQUENTIEL – CONCEPTION DU MECANISME OFFERT PAR LA BANQUE CENTRALE

Le mécanisme n'est donc ni un mécanisme unique centralisé fonctionnant comme un monopole ni une pluralité de mécanismes se faisant concurrence. Cette pluralité de mécanismes se faisant concurrence qui équivaut à une situation de concurrence pure et parfaite est, en revanche, la configuration retenue pour l'infinité des fonds d'investissement acheteurs constituant le marché. La pluralité de mécanismes issus du marché fournit, en l'absence d'intervention du gouvernement, un prix d'équilibre concurrentiel proposé par l'acheteur  $i$  de manière exogène.

On notera par la suite :  $W_{bc+m} = \int_{\theta} (W_{PA}^{bc} + W_{PA}^m + U_0(\theta)) dF(\theta)$  , le bien-être « avec » intervention de la banque centrale (incluant le déficit) et  $W_l = \int_{\theta} (W_{PS} + U_0(\theta)) dF(\theta)$ , le bien-être « sans » intervention de la banque centrale.

### Calcul de l'équilibre

La résolution de l'équilibre parfait bayésien du sous-jeu de marché est donnée tout d'abord par l'acceptation du vendeur de traiter avec l'acheteur privé si :  $\sup_i U_i(\theta) \geq U_0(\theta)$  ; on note la solution de l'équilibre du sous-jeu :  $U_m(\theta) = \max \left\{ \sup_i U_i(\theta), U_0(\theta) \right\}$  ;

Ensuite, les croyances sont définies par :

$$\mu_{bc} = \mu(\theta \in \Theta_{bc}/\Theta) \text{ et } \mu_m = \mu(\theta \in \Theta_m/\Theta) \text{ avec } \Theta_{bc} \cap \Theta_m = \emptyset \text{ et } \Theta_{bc} \cup \Theta_m = \Theta ;$$

De manière cohérente avec les croyances, la résolution de l'équilibre bayésien parfait est donnée par : le vendeur choisit d'accepter l'offre de la banque centrale si  $U_{bc}(\theta) > U_m(\theta) \Rightarrow \theta \in \Theta_{bc}$ . Il refuse l'offre de la banque centrale si :  $U_{bc}(\theta) < U_m(\theta) \Rightarrow \theta \in \Theta_m$  ;

## 4. JEU D'ALLEGEMENT DE CREDIT

Les sections suivantes calculent l'équilibre avec l'introduction des opérations d'allègement de crédit par la banque centrale dans les deux cas : le marché fonctionne ( $aR_0 + 2S \geq B$ ), et le marché est gelé ( $aR_0 + 2S < B$ ). Les notations utilisées lorsque la banque centrale intervient sont :  $p_{bc}$  est le prix d'achat de la banque centrale ;  $p_m$  est le prix d'achat du fonds d'investissement, acheteur privé ; On note  $\underline{p}_{bc}, \underline{p}_m, \underline{\theta}_{bc}, \underline{\theta}^*$ , les prix et les seuils minimaux correspondants à la situation dans laquelle il y a indifférence entre un marché qui fonctionne et un marché gelé.

### 4.1 Résolution lorsque le marché fonctionne

L'objectif de cette section est de chercher quels sont les prix d'équilibre  $p_m$  et  $p_{bc}$  et l'équilibre en résultant, groupé ou séparateur, et dans le cas de la séparation quelles sont les différentes décisions des différents types  $\theta \in [a, 1]$  ;

Si un équilibre séparateur des types existe, on doit être capable de distinguer les types qui sont financés par la banque centrale et les types qui sont financés par le marché, c'est-à-dire les types  $\theta \in \Theta_{bc}$  et  $\theta \in \Theta_m$  avec  $\Theta_{bc} \cap \Theta_m = \emptyset$  et  $\Theta_{bc} \cup \Theta_m = \Theta$ . Cette séparation des types est nécessaire pour pouvoir définir des croyances ex-ante  $\mu_{bc} = \mu(\theta \in \Theta_{bc}/\Theta)$  et  $\mu_m = \mu(\theta \in \Theta_m/\Theta)$  qui répondent à des probabilités.

Dans le cas où l'équilibre permet de définir ces deux ensembles de types on définit deux seuils :  $\theta_{bc} = \max\{\theta \in \Theta_{bc}\}$ , le type le plus élevé auquel la banque centrale achète l'actif de dotation ;  $\theta^* = \max\left\{\theta \in \Theta_m / U_0(\theta^*) = \sup_m U_m(\theta^*)\right\}$  le type le plus élevé auquel le fonds d'investissement va acheter l'actif de dotation.  $\theta^*$  est l'option de sortie de la banque.

Les contraintes s'appliquent maintenant au fonds d'investissement et à la banque centrale :

$$\text{Contraintes d'incitation de la banque : } p_m + S \geq B \quad \text{et} \quad p_{bc} + S \geq B \quad (1'')$$

$$\text{Contraintes de participation de la banque : } p_m + S \geq \theta R_0 \quad \text{et} \quad p_{bc} + S \geq \theta R_0 \quad (2'')$$

Le fonds d'investissement finance les meilleurs types dans la limite de l'option de sortie  $U_0(\theta^*) = \theta^* R_0 = p_m + S$  ; la contrainte de participation des fonds d'investissement est donc donnée par :

$$p_m \leq E[\theta R_0 / (2'') \text{ et } \theta \in \Theta_m] \quad (3'')$$

La contrainte de participation de la banque centrale dont l'objectif de la politique de stabilité financière est de maximiser le bien-être social est :

$$W_{bc+m}^F > W_l^F$$

Le bien-être social avec l'intervention de la banque centrale et en présence du marché doit être strictement plus important que le bien-être social lorsque le marché fonctionne seul. En cas d'indifférence entre le marché seul et le mécanisme proposé par la banque centrale, on choisit de laisser le marché fonctionner seul.

Il est à noter que le jeu séquentiel permet de définir que  $\theta_{bc} < \theta^*$  si un équilibre séparateur existe ;  $\theta_{bc}$  est tel que  $p_{bc} + S = \theta_{bc} R_0$  sinon.

**LEMME 1 : Dès qu'elle intervient, la banque centrale propose à la banque le prix  $p_{bc}$  par le biais du mécanisme. Le marché fonctionne alors selon un prix administré  $p_m$  qui est égal à celui de la banque centrale.**

Preuve en annexe A1.1 ;



**LEMME 2 : Il existe un équilibre séparateur unique lorsque la banque centrale propose un mécanisme d'allocation de liquidité des actifs risqués et intervient.**

Preuve en annexe 1.2 ;

L'équilibre séparateur permet de définir les deux ensembles disjoints de types :  $\Theta_{bc} = \{\theta \leq \theta_{bc}\} = [0, \theta_{bc}]$  et  $\Theta_m = (\theta_{bc}, 1]$ . Ensuite,  $\Theta_m$  est segmenté entre ceux qui acceptent l'offre du marché [ $\Theta_m$  restreint à  $\theta \leq \theta^*$ ] et ceux qui choisissent l'option de sortie  $(\theta^*, 1]$  ;

Des deux résultats : (1)  $p_m = p_{bc}$  et (2) de l'ordonnancement des types, sur le sentier d'équilibre avec proposition du mécanisme, le problème peut être reformulé comme :

Contrainte de participation de la banque centrale inchangée :  $W_{bc+m}^F > W_l^F$

Contraintes d'incitation de la banque :  $p_m + S = p_{bc} + S \geq B$  (1''')

Contraintes de participation de la banque :  $p_m + S = p_{bc} + S \geq \theta R_0$  (2''')

L'option de sortie  $U_0(\theta^*) = \theta^* R_0 = p_m + S = p_{bc} + S$  ;

Par conséquent, la contrainte de participation des fonds d'investissement est donnée par :

$$p_{bc} = p_m \leq E[\theta R_0 / (2'')] \text{ et } \theta \in \Theta_m \quad (3''')$$

En utilisant la condition de profit nul des fonds d'investissement, la contrainte de participation (3''') est saturée. Le prix fixé par la banque centrale est un prix administré visant à maximiser le bien-être donc à réduire le coût des fonds publics. La banque centrale n'a pas intérêt rationnellement à laisser un profit net strictement positif aux fonds d'investissement. La condition de profit nul des fonds d'investissement en concurrence pure et parfaite est donnée par l'égalité entre l'espérance du gain de l'actif acheté et son prix payé, pour les types financés par le marché :

$$R_0 \int_{\theta_{bc}}^{\theta^*} \theta dF(\theta) = p_m [F(\theta^*) - F(\theta_{bc})]$$

Par conséquent :

$$p_{bc} = p_m = m(\theta_{bc}, \theta^*) R_0 = \frac{\theta_{bc} + \theta^*}{2} R_0 \quad (12)$$

Où  $m(\theta_{bc}, \theta^*)$  est l'espérance du type conditionnellement à se trouver dans l'intervalle  $[\theta_{bc}, \theta^*]$  ;

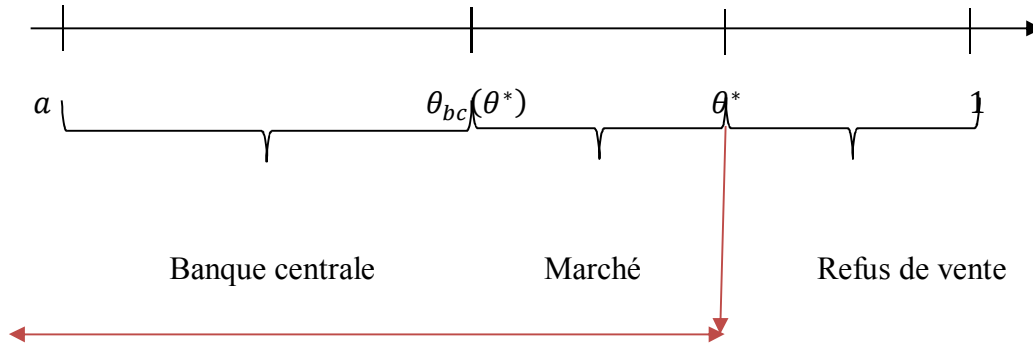
Par ailleurs, de l'égalité issue de l'option de sortie :  $p_{bc} = \theta^* R_0 - S$  (13)

Il résulte de (12) et (13) que :  $\frac{\theta_{bc} + \theta^*}{2} R_0 = \theta^* R_0 - S$

D'où le niveau maximal des types financés par la banque centrale est :

$$\theta_{bc} = \theta^* - \frac{2S}{R_0} \quad (14)$$

L'ensemble des résultats caractérisant l'équilibre peut ainsi être représenté par le schéma ci-dessous :



Condition de profit nul du marché :

$$p_{bc}(\theta^*) = p_m = m(\theta_{bc}, \theta^*)R_0 = \frac{\theta_{bc} + \theta^*}{2}R_0 = \theta^*R_0 - S$$

Figure 5 – EQUILIBRE LORSQUE LA BANQUE CENTRALE PROPOSE LE MECANISME

La fixation de l'option de sortie  $\theta^*$  met en relief l'importance de la contrainte de participation de la banque et détermine à elle seule les trois intervalles de l'équilibre séparateur : (1) types financés par la banque centrale, (2) types financés par les fonds d'investissement et (3) types refusant de vendre leurs actifs risqués (dotation), ainsi que le prix de vente unique  $p_{bc} = p_m$ . La banque centrale finance les plus mauvais types afin de maximiser le volume des types qui vendent leur actif. Le mécanisme sous-jacent est que la banque centrale crée sa propre concurrence : elle va fixer un prix plus élevé que celui du marché fonctionnant seul. Ce surcroît de prix d'achat génère un coût social qui est représenté par le coût des fonds publics. L'équilibre - de la branche du jeu où la banque centrale propose le mécanisme - est unique.

**LEMME 3 :** *pour que l'intervention de la banque centrale soit pertinente il est nécessaire qu'elle améliore le bien-être social  $W_{bc+m}^F > W_l^F$ , ce qui nécessite que le prix administré unique soit supérieur au prix de marché (benchmark) :  $p_{bc} > p_l$  ;*

Preuve en annexe 1.3 ;

La contrainte de participation de la banque centrale,  $\theta^* > \theta_l$ , implique la condition  $p_{bc} > p_l$  ; ces deux conditions valident le fait que la banque centrale fait une perte lorsqu'elle intervient puisqu'au prix  $p_l$  le profit des fonds d'investissement était déjà nul et que la banque centrale cumule à la fois le fait de financer tous les plus mauvais type et en même temps de le faire à un prix plus élevé pour permettre d'augmenter le bien-être social.

**LEMME 4 : *La résolution du problème par la banque centrale aboutit à l'arbitrage entre la rente informationnelle des banques et l'efficience de l'économie.***

Preuve en annexe 1.4 ;

La solution intérieure (condition du 1<sup>er</sup> ordre) pour la loi uniforme est :

$$\lambda(\theta^* - a)R_0 = (1 + \lambda)S \quad (16)$$

Le membre gauche de l'équation est l'augmentation de la rente des vendeurs de l'actif de dotation (banques), qui bénéficient du fait que la taxation levée par le gouvernement permet de diminuer le nombre de types utilisant l'option de sortie, donc permet d'augmenter le nombre de types (notamment de « bons » types) bénéficiant de la rente informationnelle sur l'actif de dotation ; le membre droit de l'équation est la hausse de l'efficience de l'économie, qui bénéficie d'un plus grand nombre de projets d'investissement financés et pour lesquels le surplus est dégagé grâce à la contrainte d'incitation à fournir l'effort nécessaire pour mener à bien le nouveau projet d'investissement. Lorsque la banque centrale propose le mécanisme, le coût social du déficit net des achats de la banque centrale doit être compensé par le surplus des nouveaux projets d'investissement qu'il permet. La condition de l'intervention optimale est donc donnée par l'équation (16) d'arbitrage entre rente et efficience. De cette équation, le niveau du seuil de sortie, le prix d'échange à l'équilibre et le niveau du seuil des types financés par la banque centrale sont déduits :

$$\theta^* = a + \frac{(1 + \lambda) S}{\lambda R_0} = a + \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \frac{S}{R_0} \quad (17)$$

$$p_{bc} = p_m = aR_0 + \frac{S}{\lambda} \quad (18)$$

$$\theta_{bc} = a + \frac{(1 - \lambda) S}{\lambda R_0} \quad (19)$$

**PROPOSITION 1 :** *Lorsque l'efficacité de l'économie est un objectif de la politique des liquidités, les mesures d'allègement de crédit doivent opérer même hors période de crise<sup>14</sup> si le coût des fonds publics est inférieur à l'unité. Il n'est donc pas possible de mener séparément les politiques économiques budgétaires et des liquidités.*

Preuve en annexe 1.5 ;

Le résultat provient du gain de bien-être de l'intervention, même lorsque le marché fonctionne. Le seuil du coût des fonds publics,  $\lambda_2$ , tel que pour  $\lambda > \lambda_2$  on a  $\theta^* < \theta_l$  est :

$$\lambda_2 = 1 \quad (20)$$

**REMARQUE 1 :**

On obtient le même résultat :  $\lambda_2 = 1$  si l'on détermine le niveau du coût des fonds publics maximal qui rend indifférente la banque centrale entre proposer le mécanisme et ne pas le proposer :  $W_{bc+m}^F \left( \theta^* = a + \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \frac{S}{R_0} \right) = W_l^F \left( \theta_l = a + \frac{2S}{R_0} \right)$ . La banque centrale intervient en dessous de ce coût au niveau optimal. L'annexe 4 montre qu'à la limite  $\underline{\theta}^* \rightarrow \theta_l$ , le gain de bien-être de l'intervention est nul lorsque le coût des fonds publics tend vers 1. Ensuite, lorsque le coût des fonds publics diminue le gain de bien-être augmente. Dans le cas où le marché fonctionne, il y a alors continuité entre le marché fonctionnant seul et le marché avec intervention de la banque centrale.

**REMARQUE 2 :**

Le coût maximal des fonds publics permettant à la banque centrale de proposer le mécanisme plutôt que de laisser le marché fonctionner seul ne dépend pas du contrôle des risques extrêmes.

## 4.2 Résolution pour le marché gelé

Lorsque le marché est gelé, à l'inverse de ce qui vient d'être montré pour un marché qui fonctionne, on va voir qu'une intervention de la banque centrale peut être souhaitable même si elle n'est pas optimale. La raison provient du fait que la banque centrale a un apport

---

<sup>14</sup> On définit une période « hors crise » comme une période pendant laquelle le marché fonctionne (pas de rupture ni de rationnement lié à une anticipation de potentielle insolvabilité future liée à un choc macroéconomique ou à une spirale endogène). De manière plus générale on définit une crise de liquidité comme une rupture de flux.

supplémentaire, lorsque son intervention permet de rétablir les fonctionnements du marché. Dans le cas précédent où le marché fonctionnait, l'apport de la banque centrale ne pouvait passer que par une amélioration de l'efficacité, rémunérée en rente informationnelle pour les banques. Au fur et à mesure que le coût des fonds publics diminue (et/ou que le contrôle des risques extrêmes augmente) l'intervention de la banque centrale va devenir optimale. À partir de ce moment-là, l'intervention est dans la même configuration que lorsque le marché fonctionne. Le gain de bien-être est alors toutefois plus important et strictement positif à l'optimum.

### Le problème avec un marché gelé

On note  $W_{bc+m}^G$  le bien-être lorsque le marché est gelé et que, à la fois la banque centrale avec un mécanisme, et les fonds d'investissement financent celui-ci. La résolution de l'équilibre est identique lorsque le marché est gelé par rapport au cas précédent où le marché fonctionnait ; l'équilibre séparateur existe dans les mêmes conditions pour  $\theta^* > \theta_{bc}$ . L'échange a lieu dès que les contraintes d'incitation et de participation de la banque,  $p_{bc} \geq \theta R_0 - S$ ,  $\theta^* = \frac{p_{bc}+S}{R_0}$ , des fonds d'investissement,  $p_{bc} \leq m(\theta_{bc}, \frac{p_{bc}+S}{R_0})R_0$ , et de la banque centrale  $W_{bc+m}^G > W_l^G$  sont remplies. Dans le cas où les contraintes d'incitation et de participation sont remplies, la banque va toujours investir, soit  $x(\theta) = 1$ . Toutefois, les conditions sur le seuil minimal d'intervention diffèrent puisque, lorsque le marché est gelé :  $a + \frac{2S}{R_0} < \frac{B}{R_0}$ ,  $\theta_l = a$ ,  $p_l = 0$ . Il suffit donc que la banque centrale propose un prix qui permette de respecter les conditions minimales de fonctionnement du marché :

$$p_{bc} \geq B - S \text{ et } \theta^* \geq \underline{\theta} = \frac{B}{R_0}$$

Le problème pour que la banque centrale puisse ranimer un marché gelé est donc donnée par la configuration suivante :

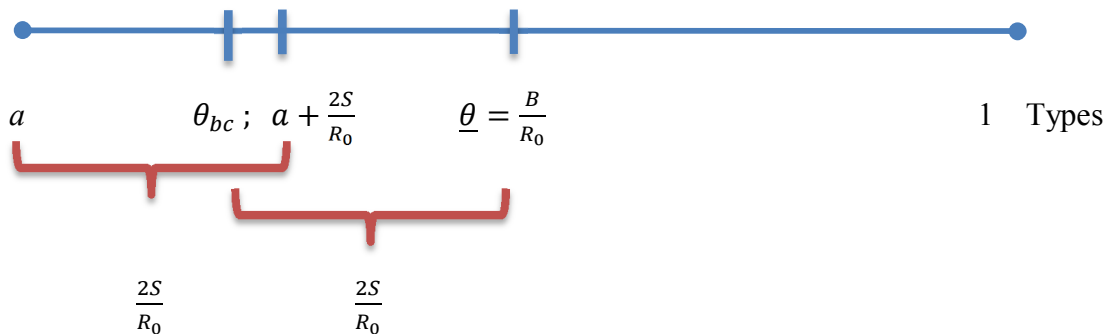


Figure 6. SEUIL MINIMAL D'INTERVENTION DE LA BANQUE CENTRALE

Cette configuration correspond à fixer le prix minimum respectant la contrainte d'incitation de la banque à fournir l'effort dans le nouveau projet d'investissement :  $p_{bc} = B - S$  ou, de manière équivalente, la borne basse pour  $\underline{\theta}$  qui permet aux banques de fournir l'effort du projet d'investissement  $x(\theta) = 1$ . Ou encore, de manière équivalente, on choisit la plus petite valeur de  $\theta_{bc}$  (minimisation du coût des fonds publics) qui permette de ranimer le marché lorsque les types  $\theta \leq \theta_{bc}$  acceptent l'offre de la banque centrale. A l'identique du cas précédent où le marché fonctionne, pour une même option de sortie de la banque, une intervention qui minimise le plus possible le financement de la banque centrale et laisse aux fonds d'investissement l'achat des autres types avec un profit nul, est dominante en raison de l'existence du coût des fonds publics.

On vérifie que l'espérance de revenu des fonds d'investissement est :  $\frac{\theta_{bc} + \underline{\theta}}{2} R_0 = \frac{R_0}{2} \left( \frac{B}{R_0} - \frac{2S}{R_0} + \frac{B}{R_0} \right) = B - S = p_{bc}$ . Cette espérance de revenu étant égale au prix d'achat, le profit des fonds d'investissement est bien nul.

**PROPOSITION 2 :** *Il existe un coût maximal des fonds publics pour lequel il est indifférent que la banque centrale intervienne en allègement de crédit ou que le secteur privé reste en autarcie. Cette intervention n'est pas optimale.*

Preuve en annexe 2.1 ;

Le calcul du coût maximal des fonds publics pour la plus petite valeur de l'option de sortie est:

$$\lambda_3(\underline{\theta}) \leq \frac{2S}{B - (2S + aR_0)} \quad (24)$$

avec  $\frac{2S}{B - (2S + aR_0)} > 0$  car  $B - (2S + aR_0) > 0$  ;

Le niveau minimal d'intervention pour réactiver le marché peut être utilisé à partir du moment où la condition sur  $\lambda_3$  est remplie. Cette intervention diffère toutefois d'une intervention optimale qui nécessite un coût des fonds publics plus faible. Lorsque le marché est gelé, l'indifférence entre l'intervention de la banque centrale et le marché (autarcie des banques dans le cas de gel), est calculée en Annexe 3 :

$$G_W^G = F(\theta^*) \left[ S(1 + \lambda) - \lambda R_0 \frac{\theta^* - a}{2} \right] = 0$$

Soit, lorsque :

$$S(1 + \lambda) = \lambda R_0 \frac{\theta^* - a}{2} \quad (25)$$

Par ailleurs, la condition du premier ordre  $\frac{\partial G_W^G}{\partial \theta^*} = 0$  est obtenue comme précédemment :

$$S(1 + \lambda) = \lambda R_0 (\theta^* - a) \quad (16)$$

L'Annexe 3 montre qu'il est équivalent de maximiser le bien-être de la banque centrale avec mécanisme ou l'écart de bien-être entre la situation avec mécanisme et le cas benchmark. Par conséquent le coût des fonds publics doit être moindre pour que l'intervention soit optimale au même seuil d'intervention,  $\theta^*$ .

**PROPOSITION 3 : L'intervention devient optimale à partir d'un certain seuil de coût des fonds publics.**

Preuve en annexe 2.2 ;

Le seuil minimal d'intervention, pour lequel l'intervention est optimale correspond au niveau du coût des fonds publics  $\lambda_4(\theta^*)$  qui va être inférieur au coût des fonds publics permettant l'intervention minimale  $\lambda_3(\underline{\theta})$ .

$$\lambda_4\left(\theta^* = \frac{B}{R_0}\right) \leq \frac{S}{B - (S + aR_0)} \quad (26)$$

En synthèse :  $\lambda \in \left] \frac{S}{B - (S + aR_0)} ; \frac{2S}{B - (2S + aR_0)} \right]$  : intervention non optimale de la banque centrale au même niveau  $\underline{\theta} = \frac{B}{R_0}$  ; au fur et à mesure que le coût des fonds publics s'approche de la borne basse  $\lambda = \lambda_4(\theta^*)$ , le gain de bien-être augmente jusqu'à atteindre  $G_W^G(\underline{\theta}^*)$  pour  $\underline{\theta}^* = \frac{B}{R_0}$  :

$$G_W^G(\underline{\theta}^*) = F\left(\frac{B}{R_0}\right) \left[ S \left( 1 + \frac{S}{B - (S + aR_0)} \right) - \frac{S}{B - (S + aR_0)} R_0 \frac{\frac{B}{R_0} - a}{2} \right] ;$$

$$G_W^G(\underline{\theta}^*) = \frac{S[B - aR_0]}{R_0(1 - a)} \frac{B - 2S - aR_0}{2(B - S - aR_0)} ;$$

Soit :

$$G_W^G(\underline{\theta}^*) = \frac{\lambda_4(\theta^*)}{\lambda_3(\underline{\theta})} \frac{S}{R_0} \frac{1}{1 - a} [B - aR_0] > 0 \quad (27)$$

### Solutions aux bornes

Si le coût des fonds publics continue à décroître en-deça de  $\lambda_4(\theta^*)$ , le gain de bien-être va continuer à s'accroître avec la hausse de la production liée à une valeur de l'option de sortie plus élevée. On note  $S'$ , le surplus en période de crise et on garde la notation de  $S$  pour le surplus en période où le marché fonctionne. La valeur optimale des types financés va augmenter jusqu'à  $\theta^* = 1$  pour un coût minimal de  $\lambda_1^G$  :

$$\lambda_1^G(1-a)R_0 = (1 + \lambda_1^G)S' \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_1^G = \frac{S'}{(1-a)R_0 - S'}$$

En deçà de  $\lambda_1^G$ , le prix administré va être stable et le gain de bien-être s'accroître jusqu'à un coût nul potentiel des fonds publics. Si l'on note  $\lambda_1^F$  le coût des fonds publics lorsque le marché fonctionne alors, pour un coût réel des fonds publics inférieur au seuil  $\lambda_1^F$ , tous les types,  $\theta^* = 1$ , sont financés.  $\lambda_1^F = \frac{S}{(1-a)R_0 - S}$ . On notera que nécessairement  $\lambda_1^G \neq \lambda_1^F$  car, si tous les autres paramètres sont inchangés, la différence de surplus détermine le fait que le marché puisse se bloquer.  $S > S'$  si  $R_1^F > R_1^G$ , soit le rendement du projet d'investissement va rapporter plus en période de croissance lorsque les marchés fonctionnent qu'en période de crise lorsque les marchés sont bloqués.

### REMARQUE 3 :

On a  $\lambda_1^F \text{ ou } \lambda_1^G > 0$  pour  $\frac{2S}{R_0} > 1 - a$  ; or, la condition de faisabilité :  $\theta^* > \theta_l$  avec  $\theta_l = 1 \Rightarrow a = 1 - \frac{2S}{R_0}$  ; donc, si le marché fonctionnant seul finance tous les types, quel que soit le coût des fonds publics l'intervention de la banque centrale n'est pas souhaitable.

## 5. POLITIQUES BUDGETAIRES ET MACROPRUDENTIELLES

Deux éléments sont présentés ci-après, le premier concernant la politique budgétaire et le deuxième concernant la politique de contrôle macroprudentiel. (1) Le niveau du coût des fonds publics détermine la capacité d'intervention et les niveaux d'intervention de la banque centrale. Ces interventions augmentent l'efficacité de l'économie. (2) Dans le cadre du modèle précédemment défini, le niveau du contrôle macroprudentiel fixé avant la proposition



du mécanisme par la banque centrale a des conséquences sur l'efficacité et les niveaux d'intervention de la banque centrale et des fonds d'investissement.

### 5.1 Effets du coût des fonds publics :

L'intervention de la banque centrale et le niveau de cette intervention est conditionnelle au coût des fonds publics. Plusieurs situations sont possibles : le marché fonctionne ou le marché est gelé ; dans chacun des deux cas, la banque centrale peut avoir intérêt ou pas à intervenir. Les notations pour chaque cas sont les suivantes : le marché fonctionne sans intervention « L, F », le marché fonctionne avec intervention « BC et \*, F », le marché est gelé sans intervention « L, G », le marché est gelé et la banque centrale intervient « BC et \*, G ».

#### Options de sortie et seuils d'intervention de la banque centrale :

Lorsque la banque centrale intervient, l'option de sortie en fonction du coût des fonds publics est  $\theta^*(\lambda)$ . La solution intérieure est identique, à la valeur des paramètres près, lorsque le marché fonctionne et lorsqu'il est gelé. La fonction  $\theta^*(\lambda)$  est décroissante et convexe :

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial \lambda} = -\frac{1}{\lambda^2} \frac{S}{R_0} < 0 \quad ; \quad \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial \lambda^2} = \frac{2}{\lambda^3} \frac{S}{R_0} > 0 \quad ;$$

Comme la fonction  $\theta_{bc}(\lambda)$  ne diffère de  $\theta^*(\lambda)$  qu'à une constante près,  $\theta_{bc}(\lambda)$  est aussi décroissante et convexe, de même pente et convexité que  $\theta^*(\lambda)$ <sup>15</sup>.

On suppose que la valeur du contrôle des risques extrêmes,  $a$ , est fixée avant la proposition du mécanisme par la banque centrale. De la contrainte d'incitation de la banque conditionnant l'existence de l'échange, ce qui différencie la situation d'un marché qui fonctionne avec celle d'un marché gelé dépend de la valeur du surplus,  $S$ . On reprend les notations précédentes où  $S$  est le surplus lorsque le marché fonctionne et  $S'$  est le surplus lorsque le marché est gelé avec : marché qui fonctionne :  $2S + aR_0 \geq B$  ; marché gelé :  $2S' + aR_0 < B$ .

La section précédente avait défini les seuils d'intervention de la banque centrale en fonction du coût des fonds publics. Lorsque le marché fonctionne, l'intervention de la banque centrale permet un financement de tous les types existants lorsque le coût des fonds publics,  $\lambda \leq \lambda_1^F = \frac{S}{(1-a)R_0 - S}$  ; la banque centrale n'intervient pas lorsque  $\lambda > \lambda_2 = 1$ . Lorsque le

<sup>15</sup> Cette fonction a aussi  $a$  et  $S$  comme paramètres mais ils ne sont pas ajoutés pour ne pas alourdir la notation.

marché est gelé, l'intervention de la banque centrale permet un financement de tous les types existants lorsque le coût des fonds publics  $\lambda \leq \lambda_1^G = \frac{S'}{(1-a)R_0 - S'}$  ; la banque centrale n'intervient pas lorsque  $\lambda > \lambda_3 = \frac{2S'}{B - (2S' + aR_0)}$  ; l'intervention de la banque centrale n'est pas optimale lorsque  $\lambda \in \left[ \lambda_4 = \frac{S'}{B - (S' + aR_0)} ; \lambda_3 = \frac{2S'}{B - (2S' + aR_0)} \right]$ .

Ces différents seuils peuvent être ordonnancés de la manière suivante :

$\lambda_1^G < \lambda_1^F$  si  $(S - S')(1 - a)R_0 > 0$ , ce qui est toujours le cas car  $S > S'$  ;

$\lambda_1^F < \lambda_4$  si  $B < \left[ \frac{S'}{S} + a(1 - \frac{S'}{S}) \right] R_0$ , que l'on pose comme hypothèse ; cette hypothèse est plus restrictive que l'hypothèse : ( $\lambda_1^G < \lambda_4$  si  $B < R_0$ ). Ces deux hypothèses sont utiles pour que le problème ait un sens, avec une somme détournée dans le projet d'investissement qui ne soit pas trop importante.

$\lambda_4 < \lambda_2 = 1$  si  $B - (2S' + aR_0) > 0$ , ce qui est toujours le cas pour le marché gelé où  $B > 2S' + aR_0$ .

On avait  $\lambda_4 < \lambda_3$  ; on a  $\lambda_2 < \lambda_3$  si  $2S' > B - (2S' + aR_0)$  soit  $B < 4S' + aR_0$  ; en fonction de l'ampleur de B on peut avoir soit  $B < 4S' + aR_0$  pour  $2S' \geq S$  soit  $B \geq 4S' + aR_0$  pour  $2S' < S$ . Donc, si  $S' \geq \frac{1}{2}S$  on a  $\lambda_2 < \lambda_3$  ;  $S' < \frac{1}{2}S$  on a  $\lambda_2 \geq \lambda_3$ .

On fait, pour l'application, l'hypothèse de travail que  $S' \geq \frac{1}{2}S$ <sup>16</sup>. On retient donc, pour la suite, l'ordonnement :

$$\lambda_1^G < \lambda_1^F < \lambda_4 < \lambda_2 < \lambda_3$$

Les différentes configurations pour l'option de sortie en fonction du coût des fonds publics, selon que le marché fonctionne  $\theta_F^*$  ou qu'il est gelé  $\theta_G^*$  avec intervention de la banque centrale, ou en présence du marché seul  $\theta_i^F$  et  $\theta_i^G$ , peut alors être représenté de la manière suivante :

<sup>16</sup> On aurait pu faire l'hypothèse inverse mais cela ne modifie pas le raisonnement général ci-après.

% de types financés

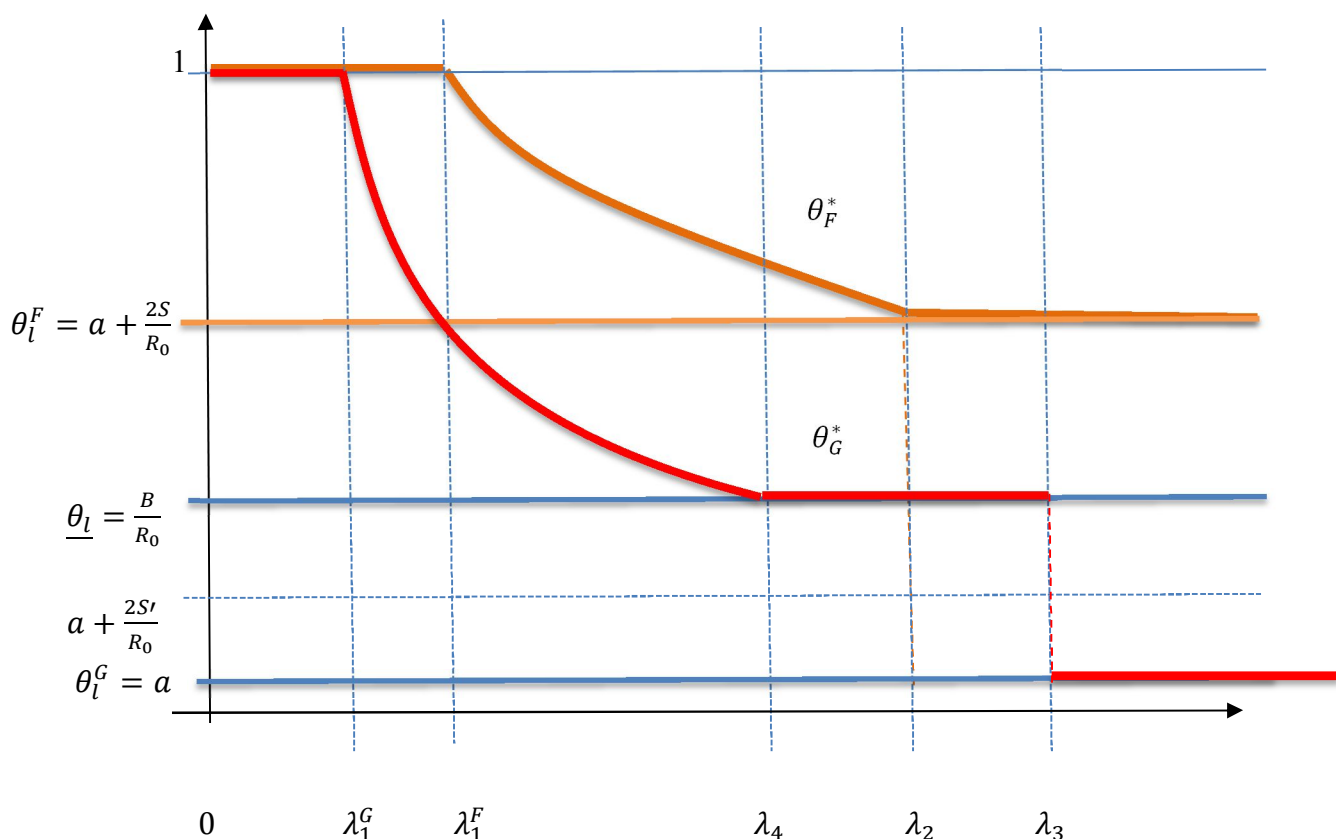


Figure 7. PROPORTION DES TYPES FINANCES EN FONCTION DU COÛT DES FONDS PUBLICS

En deca de chacun des seuils  $\lambda_1^G$  et  $\lambda_1^F$ , la totalité des types est financée. Ensuite, à partir de ces seuils, lorsque le coût des fonds publics augmente, on a :

Pour un marché qui fonctionne sur  $[\lambda_1^F; \lambda_2[$  :  $\theta_F^* = a + \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \frac{S}{R_0}$  ;

Pour un marché gelé sur  $[\lambda_1^G; \lambda_4[$  :  $\theta_G^* = a + \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \frac{S'}{R_0}$  ;

Lorsque à la fois  $\theta_F^*$  et  $\theta_G^*$  sont donnés par la solution intérieure, leur écart est de :  
 $\theta_F^* - \theta_G^* = \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \frac{\Delta S}{R_0}$  ;

Au-delà de  $\lambda_2$ , le marché reste seul à fonctionner ; au-delà de  $\lambda_3$  il y a autarcie des banques qui gardent leur actif de dotation risqué. Lorsque le marché est gelé sur la zone du coût des fonds publics  $[\lambda_3; \lambda_4]$  la banque centrale intervient au niveau minimal permettant de ranimer le marché.

Une possibilité pour le même exercice est reportée en annexe 5 pour la valeur du niveau maximal des types financés par la banque centrale et le prix associé, de la banque centrale

(prix administré) ou du marché (prix en l'absence d'intervention de la banque centrale). Lorsque tous les types sont financés du fait de la faiblesse du coût des fonds publics, le seuil des types financés par la banque centrale est plus élevé lorsque le marché est gelé que lorsqu'il fonctionne en raison d'un surplus plus faible en cas de crise. Contrairement au seuil de l'option de sortie, il n'y a pas nécessairement de monotonie de l'écart des types financés par la banque centrale entre la situation où le marché fonctionne et celle où le marché est gelé. Ce résultat dépend de la valeur de l'écart entre  $S$  et  $S'$ . Pour les prix, le résultat n'est pas non plus nécessairement monotone et dépend aussi de la valeur des paramètres, notamment de l'importance du profit privé  $B$  par rapport à la valeur de l'écart entre  $S$  et  $S'$ . Lorsque tous les types sont financés, le prix administré doit être plus important lorsque le marché est gelé que lorsque le marché fonctionne.

### L'efficacité : utilité de la banque centrale :

L'utilité de la banque centrale est définie par le bien-être social. Quel est le niveau de ce bien-être en fonction du coût des fonds publics ? L'efficacité de l'économie est toujours supérieure dans le cas où le marché fonctionne car, alors, l'intervalle de la totalité des types financés est toujours plus large. L'écart de bien-être entre la situation où le marché fonctionne et où le marché est gelé dépend toutefois du niveau du coût des fonds publics. En repartant de l'analyse précédente, ce gain d'utilité de la banque centrale est défini en fonction des seuils de coûts des fonds publics :

<b>Marché fonctionne (F)</b> / <b>Marché gelé (G)</b>	<b>Intervention</b> $\lambda < \lambda_2$	<b>Non intervention</b> $\lambda \geq \lambda_2$
<b>Intervention</b> $\lambda < \lambda_3$	$W_{bc+m}^F - W_{bc+m}^G$ $\lambda < \lambda_2$	$W_l^F - W_{bc+m}^G$ $\lambda \in [\lambda_2; \lambda_3] \text{ avec } S' \geq \frac{1}{2}S$
<b>Non intervention</b> $\lambda \geq \lambda_3$	$W_{bc+m}^F - W_l^G$ $\lambda \in [\lambda_3; \lambda_2] \text{ avec } S' < \frac{1}{2}S$	$W_l^F - W_l^G$ $\lambda \geq \lambda_3$

Tableau 1. ECART DE BIEN-ETRE EN FONCTION DU COÛT DES FONDS PUBLICS

En plus du récapitulatif du tableau ci-dessus, les zones, inférieures à  $\lambda_1^G$ ,  $[\lambda_1^G; \lambda_1^F]$  et  $[\lambda_4; \lambda_3]$  correspondent à des zones où l'option de sortie est fixe. La détermination de l'écart de bien-être entre un marché qui fonctionne et un marché gelé doit donc être définie par morceau sur chacune de ces zones. L'Annexe 6 fournit les fonctions de l'écart de bien-être sur chacune des zones de coût des fonds publics. Ces fonctions sont calculées pour une valeur des paramètres :  $S=6/5$  ;  $S'=4/5$  ;  $B=2$  ;  $R=5$  ;  $a=0$  :

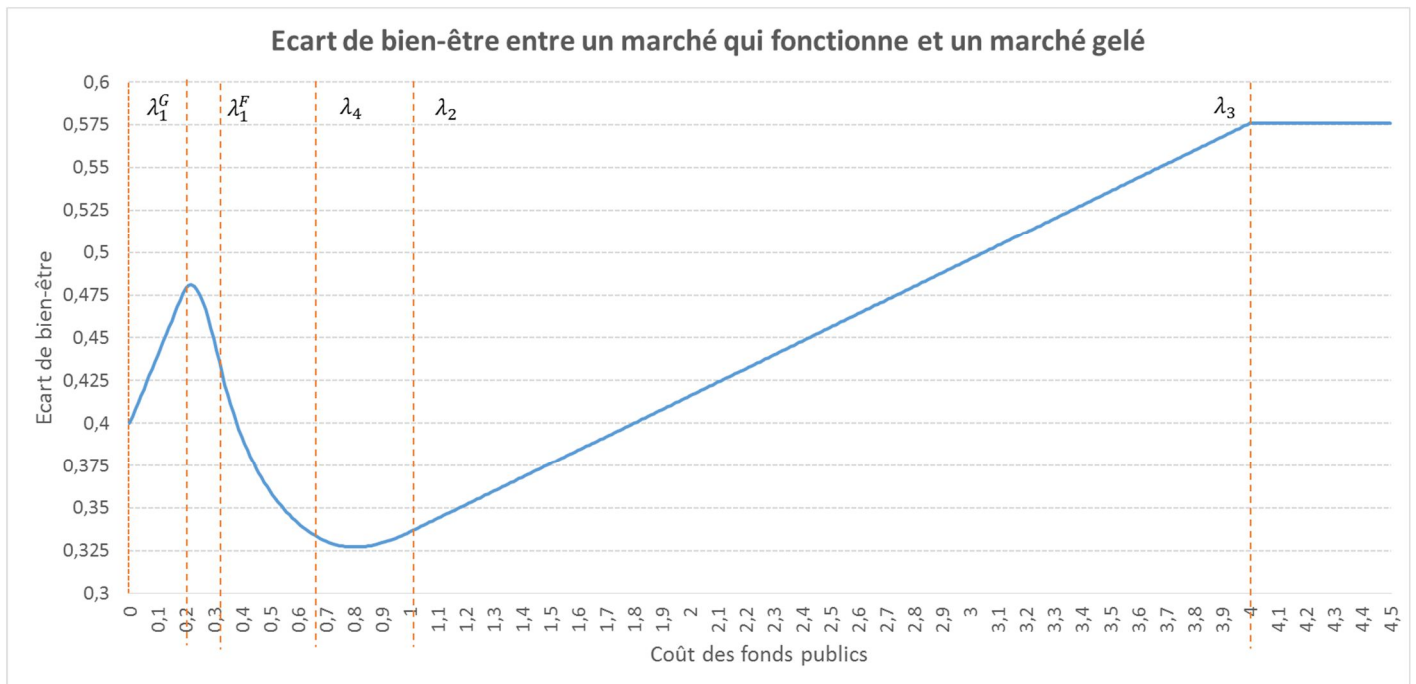


Figure 8. ECART DE BIEN-ETRE EN FONCTION DU COÛT DES FONDS PUBLICS

## 5.2 Politique macroprudentielle, du risque extrême des actifs

Le niveau du contrôle macroprudentiel est fixé de manière exogène avant la proposition du mécanisme par la banque centrale. Cette section analyse comment la valeur du contrôle des risques extrêmes des actifs influence le bien-être et quelle doit être une valeur optimale en fonction du coût des fonds publics.

### HYPOTHESE 4 :

On se place dans le cas précédent où l'on a supposé, (1) qu'il existait une zone sur laquelle l'intervention est optimale lorsque le marché est gelé ; dans ce cas, on avait sous l'hypothèse

que  $\frac{B}{R_0} < \frac{S'}{S}$ , le fait que  $B < \left[ \frac{S'}{S} - \frac{B}{R_0} \right] \frac{S}{S-S'}$ , (2) que  $S' > \frac{1}{2}S$ , soit qu'il n'y a pas un gel du marché associé à une crise financière majeure. Le cas échéant, il existerait une zone du coût des fonds publics où la banque centrale pourrait continuer à intervenir lorsque le marché fonctionne mais qui ne pourrait pas intervenir lorsque le marché serait gelé.

#### **HYPOTHESE 5 :**

Au moins la moitié des actifs de dotation potentiels doivent pouvoir être mis sur les bilans bancaires. Par conséquent, l'actif de dotation doit être distribué sur un intervalle au moins de  $\left[ \frac{1}{2}; 1 \right]$ . Par suite,  $a \in \left[ 0; \frac{1}{2} \right]$ .

#### **Impact du contrôle des risques extrêmes sur le bien-être**

Dans un premier temps, on vérifie la cohérence du problème du contrôle macroprudentiel au sens où augmenter le seuil de contrôle des risques extrêmes va augmenter le bien-être, que l'on se trouve dans une situation où le marché fonctionne ou qu'il soit gelé. On vérifie également que cela est vrai pour tous les niveaux de coûts des fonds publics, incluant les cas où le marché est en autarcie.

**PROPOSITION 4 :** *Le contrôle macroprudentiel ex-ante augmente le bien-être espéré quel que soit le coût des fonds publics.*

Preuve en annexe 8.1

Une analyse identique peut être conduite sur l'écart de bien-être entre un marché en autarcie et un marché avec intervention de la banque centrale. L'annexe 5 illustre le gain de bien-être lorsque la banque centrale intervient pour différentes valeurs du coût des fonds publics et du contrôle des risques extrêmes.

#### **Fixation de la valeur optimale des risques extrêmes**

La croissance du bien-être avec le niveau du contrôle des risques extrêmes amène à préférer la valeur maximale pour ce contrôle. Toutefois, on a vu également qu'à partir du moment où tous les types sont financés, il n'est pas nécessaire d'augmenter le contrôle des

risques extrêmes. La valeur optimale du contrôle macroprudentiel est donc obtenue, ex-ante de la proposition du mécanisme, lorsque  $\theta_l = \theta^* = 1$ . Le coût des fonds publics est donné.

Tous les cas suivants sont établis sur la base d'une valeur initiale nulle du contrôle des risques extrêmes, soit  $a=0$ . Ils évaluent comment cette valeur peut être modifiée, ex-ante de la proposition du mécanisme et d'une politique de liquidités, pour augmenter le bien-être de l'économie.

Cas 1 : Le marché fonctionne en autarcie

**PROPOSITION 5 :** *Lorsque  $1 - \frac{2S}{R_0} \leq \frac{1}{2}$ , alors le marché en autarcie peut financer tous les types grâce au contrôle macroprudentiel. La politique des liquidités n'est donc pas souhaitable.*

Preuve en annexe 8.2 ;

Cas 2 : Le marché fonctionne avec intervention de la banque centrale (solution intérieure,  $\lambda < 1$ )

**PROPOSITION 6 :** *Lorsque la banque centrale intervient, le contrôle macroprudentiel n'est pas souhaitable pour  $\lambda \leq \frac{S}{R_0 - S}$ . Autrement, le contrôle macroprudentiel permet d'augmenter le niveau des types finançant le nouveau projet d'investissement. En ce sens, le contrôle macroprudentiel est complémentaire de la politique des liquidités.*

Preuve en annexe 8.3 ;

Cas 3 : le marché en autarcie est gelé

**PROPOSITION 7 :** *Lorsque le marché en autarcie est gelé, le contrôle macroprudentiel peut permettre d'atteindre deux situations : (1) permettre au marché de fonctionner de nouveau, (2) augmenter le bien-être avec un marché en autarcie qui continue à ne financer aucun type.*

Preuve en annexe 8.4 ;

Cas 4 : le marché initialement gelé est ranimé par les interventions de la banque centrale

Ce cas correspond à un cas où le coût des fonds publics permet une intervention de la banque centrale qui va ranimer le marché. Ce cas est identique au cas 2 mais avec  $\leq \frac{S'}{R_0 - S'}$ ,

$a^* = \min(1 - (1 + \frac{1}{\lambda}) \frac{S'}{R_0}, \frac{1}{2})$  et un ajustement du seuil de financement de tous les types qui augmente à  $\lambda_1^G(a^*)$ .

Les constats des quatre cas sont effectués pour une situation ex-post, après connaissance de l'équilibre du mécanisme. Ex-ante, avant la proposition du mécanisme, si la valeur du surplus du nouveau projet d'investissement et du bénéfice potentiellement détourné ne sont pas connus, alors il faut probabiliser les éléments définissant le nouveau projet d'investissement et appliquer une valeur espérée pour le contrôle des risques extrêmes. Si, à l'inverse, les caractéristiques du nouveau projet d'investissement sont connues, il est suffisant de choisir pour la valeur optimale du contrôle des risques extrêmes celle correspondant à la situation déterminée parmi les différents scénarios ci-dessus. La décision d'intervention de la banque centrale qui dépend d'un coût des fonds publics inférieur à l'unité n'est pas sensible à la valeur du contrôle des risques extrêmes. Ainsi, la règle de décision de la banque centrale de proposer un mécanisme (et intervenir) ou pas n'est pas modifiée par la modification de la valeur du contrôle des risques extrêmes.

	Prix	Option de sortie	Max de $a$
Marché seul gelé	$p_l = 0$	$\theta_l = a$	$\text{Min}(\frac{B - 2S'}{R_0}, \frac{1}{2})$
Marché seul en fonction	$p_l = aR_0 + S$	$\theta_l = a + \frac{2S}{R_0}$	$\text{Min}(1 - \frac{2S}{R_0}, \frac{1}{2})$
Marché avec banque centrale	$p_{bc} = aR_0 + \frac{S}{\lambda}$	$\theta^* = a + (1 + \frac{1}{\lambda}) \frac{S}{R_0}$	$\text{Min}(1 - (1 + \frac{1}{\lambda}) \frac{S}{R_0}, \frac{1}{2})$

Tableau 2 – SYNTHÈSE DES RESULTATS DU SEUIL MAXIMAL POUR LE CONTRÔLE DES RISQUES

## 6. - GESTION DE LA CRISE

La gestion d'une crise financière pour une économie normative peut être déduite du modèle présenté. Les conclusions de politique économique vont dépendre des différentes configurations possibles auxquelles la banque centrale peut se trouver confronter. La banque



centrale peut se retrouver à arbitrer entre une politique des liquidités et une politique de contrôle macroprudentiel des actifs.

## 6.1 La politique de liquidités de gestion de crise

### Les chocs macroéconomiques

On étudie deux chocs possibles : un choc macroéconomique sur le surplus  $S$  (ou  $S'$ ) du nouveau projet d'investissement ; un autre choc, financier, sur la distribution des actifs risqués que l'on va définir par un choc sur la valeur extrême (borne basse)  $a$  de la distribution de l'actif de dotation risqué. Sachant que l'on a pris une loi uniforme, un choc qui fait diminuer  $a$  sans bouger la borne supérieure va étendre le spectre de la qualité des actifs pour amener la qualité moyenne à un niveau inférieur ; l'étendue des possibilités de défaut va être plus large. Un tel choc correspond à une dégradation globale de la situation économique causée par les actifs financiers. Comme il s'agit de chocs systémiques, il n'y a pas d'assurance privée possible avant le choc i.e. le marché ne peut pas diversifier le risque. La seule possibilité est alors d'utiliser une assurance publique, l'objet du mécanisme proposé qui prend la forme d'une contribution via les taxes. L'assurance publique contre les chocs sur le surplus  $S$  assure contre la récession du cycle économique ; l'assurance publique contre les chocs sur la valeur des actifs la plus risquée  $a$  assure contre la baisse de qualité moyenne des actifs financiers, qui détermine la position dans le cycle financier.

### Procédure de réaction des banques centrales

Dans le cas où la banque centrale intervient, un choc sur l'une des deux variables ou joint peut modifier l'équilibre d'une intervention au côté d'un marché qui fonctionne en une intervention qui doit ranimer le marché. Après chaque choc, la banque centrale applique la procédure suivante, afin de répondre à l'endogénéité de l'option de sortie pour un coût des fonds publics fixé.

1. Déterminer si après le ou les chocs sur  $S$  et/ou sur  $a$  le marché peut fonctionner (F) ou serait gelé (G),
2. Calculer l'option de sortie optimale  $\theta^*[\lambda(a, S)]$  qui maximise le bien-être social  $W_{bc+m}^F$  ou  $W_{bc+m}^G$  selon que le marché peut fonctionner ou serait gelé ;
3. Choisir le prix  $p_{bc}$  qui vérifie l'égalité posée par l'option de sortie optimale :

$$p_{bc}[\theta^*[\lambda(a, S)]] = \theta^* R_0 - S ;$$

4. Vérifier que  $p_{bc} > p_l$  qui est la condition pour que l'intervention de la banque centrale soit pertinente : sachant le coût strictement positif des fonds publics, il est nécessaire d'accroître l'efficacité de l'économie pour au moins compenser ce coût.
5. Le prix  $p_{bc}$  détermine aussi le prix pratiqué par le marché :  $p_m = p_{bc}$  ;
6. Cette égalité  $p_m = p_{bc}$  et la concurrence des acheteurs privés avec la condition de profit nul ( $\pi = 0$ ) déterminent le seuil d'intervention de la banque centrale,  $\theta_{bc}[p_{bc}[\theta^*], \theta^*]$ .

En reprenant les figures 7, 8 et les figures en annexe, A3.1 et A3.2, un choc de  $S$  à  $S'$  qui fait passer le marché de fonctionnant à gelé va se traduire par le passage des courbes  $\theta_F^*, \theta_{bc}^F, p_{bc}^F, W(\theta_F)$  aux courbes  $\theta_G^*, \theta_{bc}^G, p_{bc}^G, W(\theta_G)$ .

### **Le déroulé de la politique de gestion de crise**

On fait l'hypothèse qu'à la date  $t_0$ , le marché fonctionne soit  $a_0 R_0 + 2S_0 \geq B$  et que la banque centrale intervient, soit  $\lambda < \lambda_{2,0} = 1$  ; on se situe en période normale, dans une économie dans laquelle se poursuit une politique des liquidités conduite par la banque centrale.  $a_0$  est fixé de manière qu'à la date  $t_0$ ,  $a_0 = a^*$ , tel qu'il a été défini précédemment. Ainsi  $\theta_{t_0}^* = 1$  ou  $\theta_{t_0}^* = \max\left(\theta/a^* = \frac{1}{2}\right)$ .

A la date  $t_1$ , un choc joint, macroéconomique sur la valeur de  $S_0$  et financier sur la distribution des actifs, déplaçant  $a_0$  vers le bas se produit. Après le choc, la banque centrale peut se retrouver face à deux situations conditionnant le gel des marchés :

1) La condition  $a_1 R_0 + 2S_1 \geq B$  est respectée ; le choc était suffisamment petit pour ne pas déstabiliser le marché. La banque centrale continue à intervenir en appliquant la procédure de réaction des banques centrales rappelée ci-dessus. L'intervention est une intervention optimale, comme précédemment, mais à un seuil de financement du nouveau projet d'investissement plus faible et à un prix plus faible et avec une taille du secteur bancaire parallèle constant (par définition de l'équilibre) qui est donc lui aussi plus faible. La conséquence du choc est une perte d'efficacité de l'économie par rapport à la situation avant le choc. Pour restaurer une partie de l'efficacité précédente, la banque centrale peut décider de conduire une politique macroprudentielle active limitant les actifs risqués acceptés pour financer le nouveau projet d'investissement (cf ci-après).

2) Les chocs combinés sont suffisamment importants pour amener à la condition  $a_1R_0 + 2S_1 < B$  ; le marché devient gelé. Deux situations sont possibles :

(a) Soit le seuil  $\lambda_{3,1}$  n'est pas dépassé par  $\lambda$  ; alors, la banque centrale peut intervenir de manière optimale si  $\lambda_{4,1}$  n'est pas dépassé et de manière non optimale si le coût des fonds publics est entre  $\lambda_{4,1}$  et  $\lambda_{3,1}$ . La banque centrale intervient alors selon les conditions dérivées dans la section précédente pour un marché gelé avec un bien-être de  $W_{bc+m}^G$ . Alternativement, pour restaurer une partie de l'efficacité, la banque centrale peut décider de conduire une politique macroprudentielle active qui pourrait permettre de déplacer la contrainte de  $a_1R_0 + 2S_1 < B$  à  $a^*_1R_0 + 2S_1 \geq B$ .

(b) Soit le seuil  $\lambda_{3,1}$  est dépassé par  $\lambda$  si le choc macroéconomique est suffisamment important pour que  $S_1 \leq \frac{1}{2}S_0$ . Dans ce cas, la banque centrale ne peut pas intervenir pour restaurer le marché car le surplus n'est pas suffisamment important pour que l'option de sortie atteigne le niveau minimal des types qui permet de donner, à la banque, l'incitation de produire l'effort pour mener à bien l'investissement. Conduire une politique macroprudentielle active peut aussi permettre de restaurer la confiance du marché si les sensibilités respectives de la condition de fonctionnement du marché à  $a$  et à  $S$  sont suffisantes.

## 6.2 Conduire une politique macroprudentielle active

La politique des liquidités de la banque centrale a été définie par les interventions consécutives au mécanisme qu'elle propose. Cette politique des liquidités permet de ranimer le marché dans les cas où celui-ci était gelé mais elle ne permet pas de retrouver l'efficacité préalable au choc macroéconomique. Il est donc utile d'analyser si la politique des liquidités peut être complétée par une politique macroprudentielle, capable de rétablir la contrainte d'incitation de la banque à fournir l'effort dans le projet d'investissement. Cette politique, qualifiée de politique macroprudentielle de régulation ou active, intervient après le choc. Elle vise à supprimer règlementairement une partie des actifs achetés par la banque centrale, les actifs les plus risqués.

### La banque centrale, preneur de risque en dernier ressort

Jusqu'à présent la banque centrale achetait les actifs de dotation de la plus mauvaise qualité et, lorsque le marché était gelé, elle pouvait le ranimer par ce moyen jouant le rôle de

preneur de risque en dernier ressort (c'est-à-dire lorsque le marché refuse de prendre ce risque rationnellement). En effet, une fois que la banque centrale a ôté les actifs de la plus mauvaise qualité, les actifs restants sont d'une meilleure qualité. Les acheteurs privés peuvent alors dégager, ex-ante, une espérance de profit nul là où il était précédemment négatif, ce qui permet de réanimer le marché. Le prix administré fixé par la banque centrale s'applique aussi aux échanges sur le marché, les banques détenant l'actif de dotation le vendant alors à un prix plus élevé. C'est donc la banque centrale qui prend le risque sur les actifs de dotation de moins bonne qualité, permettant ainsi de « nettoyer » les bilans de ces actifs<sup>17</sup> et de les remplacer par de nouveaux projets d'investissement dont la rentabilité est meilleure (absence du risque de défaut) - dès lors que l'effort suffisant pour conduire ces projets est fourni.

Or, cette intervention de la banque centrale a un coût du fait du financement du risque par le payeur de taxes et, ex-post, dans le cas où le risque se réalise. La question se pose de l'arbitrage entre arriver à supprimer du risque des actifs de dotation par une politique macroprudentielle active et appliquer la politique des liquidités par la banque centrale. L'occurrence des chocs macroéconomiques et financiers peut générer une combinaison des valeurs des variables : le surplus, le rendement de l'actif de dotation et les risques extrêmes dans l'économie, aboutissant à un gel du marché mais très proche de la limite du non gel. Egalement, si avant le choc la combinaison des variables était telle que le marché fonctionnait mais en étant à la limite du gel, alors il suffit d'un choc infinitésimal pour geler le marché. Ce dernier cas est rapporté dans la littérature sur les fragilités financières où un petit choc macroéconomique suffit à déclencher un rationnement de la liquidité de marché (voir par exemple Allen et Gale 2009). A l'inverse, il suffit donc d'un choc positif infinitésimal pour ranimer le marché. Ce choc peut se faire sous la forme d'une hausse du contrôle des risques extrêmes des actifs. La politique macroprudentielle peut alors être moins coûteuse que la politique des liquidités.

### **Quel contrôle actif des risques extrêmes ?**

Comment la banque centrale peut-elle mettre en œuvre un contrôle macroprudentiel actif qui agirait sur la valeur minimale du risque des actifs acceptés pour l'échange ? Une hausse de la valeur du contrôle des risques extrêmes,  $a$ , est une hausse du seuil de risque des actifs acceptés dans l'économie. Contrairement au cas de la section 5 où le contrôle des risques s'appliquait aux émissions d'actifs de dotation sur le marché primaire, dans le cas de la

---

<sup>17</sup> De manière stricte dans le modèle de Tirole (2012), c'est uniquement le risque de crédit des actifs qui est apuré.

gestion des chocs, les actifs de dotation risqués (les créances titrisées) sont déjà présents sur les bilans bancaires. Si les actifs présents sur les bilans bancaires sont trop risqués, les possibilités pour les bilans bancaires de servir d'intermédiation pour de nouveaux investissements sont limitées. Toutefois, les interventions en liquidité de la banque centrale qui portent sur un problème sous-jacent de risque de crédit et d'incitations ne sont pas souhaitables au-delà d'un certain seuil de risque. Même si la liquidité et la solvabilité ne peuvent pas être entièrement dissociées, le rôle de la banque centrale porte sur la liquidité tandis que la solvabilité relève du rôle du gouvernement.

Dans le cas de l'intervention sur le marché secondaire, la banque centrale peut seulement décider de ne pas acheter les créances qui sont de trop mauvaises qualités après les avoir identifiées. Au lieu d'une sélection des actifs des banques uniquement du fait de l'équilibre, une double sélection des actifs s'opère pour la banque centrale : (1) les meilleurs actifs de dotation sont conservés par les banques comme résultat de l'équilibre, (2) les plus mauvais actifs de dotation sont conservés par les banques comme résultat de l'interdiction d'échange par la banque centrale. Toutefois, pour pouvoir refuser ces actifs, la banque centrale doit appliquer un audit des actifs éligibles à ses interventions de liquidité<sup>18</sup>. Il s'en suit donc un coût de vérification des actifs. La vérification est systématique car, s'agissant d'une action en dernier ressort, il n'est pas possible de proposer aux banques un contrat survenant après le choc. De plus, la sélection des actifs doit être certaine et non un résultat espéré. Une fois la vérification effectuée, une liste des actifs non autorisés pour l'échange est publiée par la banque centrale afin de rendre publique l'information récupérée. Ainsi, les autres intervenants de marché pourront éliminer également ces actifs de leurs achats.

### **Politique des liquidités ou politique macroprudentielle ?**

Le résultat de la vérification, du rejet pour l'échange et de la publication des actifs les plus risqués est finalement équivalent à une hausse de la valeur du contrôle des risques des actifs. Cette hausse va permettre, dans certains cas de restaurer le marché et dans d'autres d'augmenter le bien-être des interventions. Toutefois, en raison du coût de vérification, la hausse du bien-être est limitée, moindre que dans le cas du contrôle macroprudentiel préalable au mécanisme.

La banque centrale se retrouve face à l'arbitrage entre ne pas activer la politique macroprudentielle et intervenir selon les conditions précédemment décrites, ou activer la

---

<sup>18</sup> Cette situation est identique à celle pratiquée par la BCE où les seuls actifs pris en garantie dépendent d'un pot commun d'actifs éligibles aux opérations de la banque centrale – cf section 6.4.

politique macroprudentielle et intervenir selon de nouvelles conditions incluant un coût de vérification. On repart des valeurs du surplus et de la borne minimale des actifs de dotation après le choc  $a_1 R_0 + 2S_1 < B$ . Dans la suite, on note la valeur de la borne minimale après le choc  $a_1 = a$  ; par ailleurs, on note  $a^*$ , le niveau maximal de risque des actifs que la banque centrale accepte d'acheter après le choc. On suppose que  $a^*$  est fixé tel que  $a^* > a$ . Cette valeur peut rétablir la contrainte permettant de faire fonctionner le marché auquel cas l'intervention de la banque centrale vient améliorer le bien-être, sinon l'intervention de la banque centrale est nécessaire pour ranimer le marché.

La banque centrale va être indifférente entre utiliser uniquement la politique des liquidités ou coupler politique macroprudentielle et politique des liquidités lorsque :

$$W_{bc+m}^G(\theta^*(a)) = W_{bc+m}(\theta^*(a), a^*) \quad (27)$$

Lorsque la banque vient vendre son actif de dotation auprès de la banque centrale, cette dernière applique systématiquement un coût de vérification,  $c$ . Soit :

$$\begin{aligned} W_{bc+m}(\theta^*(a), a^*) &= \int_{a^*}^{\theta^*} \theta^* R_0 dF(\theta) + \int_{\theta^*}^1 \theta R_0 dF(\theta) + (1-c) \int_a^{a^*} \theta R_0 dF(\theta) \\ &\quad - (1+\lambda+c) \int_{a^*}^{\theta_{bc}} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta) \end{aligned}$$

La valeur optimale de  $a^*$  peut être déterminée comme étant la valeur minimale permettant la situation d'indifférence dans l'égalité (27), entre utiliser la politique macroprudentielle ou ne pas l'utiliser :

$$\begin{aligned} \int_a^{a^*} \theta^* R_0 dF(\theta) - (1+\lambda) \int_a^{a^*} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta) \\ = (1-c) \int_a^{a^*} \theta R_0 dF(\theta) - c \int_{a^*}^{\theta_{bc}} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta) \end{aligned}$$

Le dernier terme peut être réécrit en utilisant les expressions combinées des espérances conditionnelles, comme dans le lemme 3 de la section 4.1, par :

$$\int_{a^*}^{\theta_{bc}} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta) = \int_a^{\theta^*} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta) - \int_a^{a^*} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta)$$

En réinsérant dans l'expression précédente puis en calculant les intégrales :

$$(1 + \lambda + c)SF(a^*) - (\lambda + c)\theta^*R_0F(a^*) + (\lambda + c)m(a, a^*)R_0F(a^*) + cm(a^*, \theta^*)R_0F(a^*) \\ = cSF(\theta^*) - c\theta^*R_0F(\theta^*) + cm(a^*, \theta^*)R_0F(\theta^*)$$

En remplaçant  $F(a^*) = \frac{a^*-a}{1-a}$  et  $F(\theta^*) = \frac{\theta^*-a}{1-a}$ , on peut obtenir une fonction  $a^* = h(a^*)$ , avec  $h(.)$  une fonction telle que :

$$a^* = a + \frac{c(\theta^* - a)(2S - 2\theta^*R_0 + \theta^* + a^*)}{2S(1 + \lambda + c) + R_0(\lambda + c)(a - 2\theta^*) + c\theta^*R_0 + (2cR_0 + \lambda R_0)a^*}$$

La solution au problème de contrôle macroprudentiel de la banque centrale est donc donné par :

$$a^* > a ; a^* \leq \frac{1}{2} ; \text{monotonicité de } h(a^*), a^* \in \left]a; \frac{1}{2}\right], \text{ soit } h'(a^*) > 0.$$

### 6.3 Taille des bilans

#### Implications sur la taille du secteur bancaire parallèle :

La quasi-monnaie des émetteurs privés avait été définie en introduction comme faisant partie des actifs sûrs. Une diminution de cette composante des actifs sûrs peut passer par trois canaux : (1) le gel des marchés de la liquidité de financement où les prêts collatéralisés de court terme ne sont pas renouvelés, (2) la diminution de la taille des bilans bancaires si les ventes d'actifs ne donnent pas lieu à réinvestissement, (3) la diminution de la taille du secteur bancaire parallèle si son volume d'activité baisse. Par conséquent, tout achat par le secteur bancaire parallèle des actifs de dotation risqués qui augmente la taille de leur bilan vient alimenter, in fine, la fabrication d'actifs sûrs. A l'inverse, un gel des marchés de la liquidité des actifs risqués vient diminuer la quantité des actifs sûrs en diminuant la taille du secteur bancaire parallèle. Enfin, une substitution partielle de la banque centrale comme acheteur d'actifs de dotation risqués laisse inchangée la taille du secteur bancaire parallèle car l'intervention se traduit par une hausse des volumes d'actifs achetés.

Dans le modèle l'hypothèse simplificatrice, mais exacte en net des secteurs bancaires et bancaires parallèles, donne les banques comme vendeurs des actifs titrisés et le secteur bancaire parallèle, acheteur. Le calcul de l'équilibre permet d'évaluer la taille théorique du secteur bancaire parallèle. Cette taille est donnée par l'ensemble des types de banques financés, éventuellement diminués des interventions de la banque centrale. De manière plus détaillée :

- Lorsque le marché est gelé et que la banque centrale n'intervient pas, le secteur bancaire parallèle disparaît ; cette situation représente les faits stylisés du début de la crise financière, avant l'intervention des banques centrales où la crise de confiance avait commencé à entamer la taille des bilans du secteur bancaire parallèle. Ce phénomène est rapporté dans Gorton et Metrick (2012) ;
- Lorsque le marché fonctionne seul, la « distance » marquant la taille du secteur bancaire parallèle est représentée par l'ensemble des achats contenus entre le type de l'option de sortie et le type le plus faible :  $(\theta_l - a) = \frac{2S}{R_0}$  ; cette distance est constante.
- Lorsque la banque centrale intervient, la taille du secteur bancaire parallèle est la « distance résiduelle » représentée par les achats entre le type de l'option de sortie et le type financé par la banque centrale :  $(\theta^* - \theta_{bc}) = \frac{2S}{R_0}$  ; cette distance est constante et identique au cas où le marché fonctionne sans intervention de la banque centrale.

Ainsi, la part des types financés par le fonds d'investissement est fixe et ne dépend que du ratio des rendements entre le nouvel actif (investissement) et l'actif risqué ancien (actif de dotation). Le contrôle des risques extrêmes ne joue pas sur l'ampleur des types financés par les fonds d'investissement, lorsque la banque centrale intervient comme lorsque le marché fonctionne seul. Le contrôle macroprudentiel des risques joue uniquement sur la quantité de risque des actifs achetés, par la banque centrale lorsqu'elle intervient, ou le marché. Plus il est élevé et plus la probabilité que tous les types soient financés est élevée.

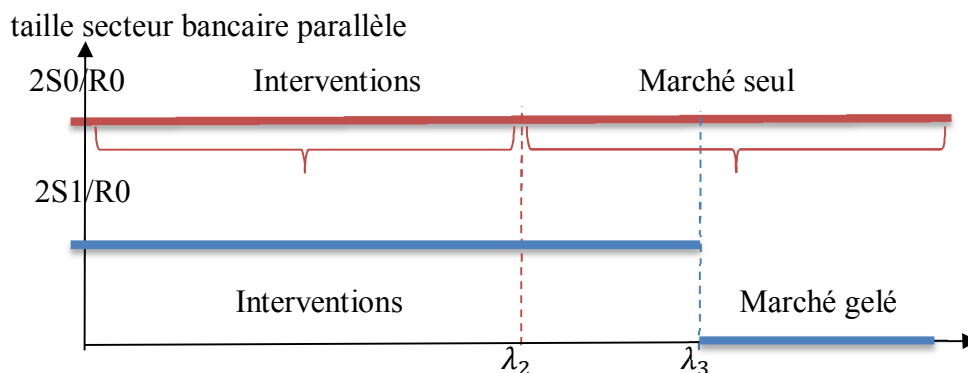


Figure 9. TAILLE DU SECTEUR BANCAIRE PARALLELE EN FONCTION DU COÛT DES FONDS PUBLICS

En cas de choc sur le surplus, la taille du secteur bancaire parallèle diminue.

### Faits stylisés



Gorton et Muir (2015) ont observé pour les Etats-Unis sur une période de plus de cinquante années une stabilité, en proportion de la production agrégée, de la somme des actifs sûrs constitués de la dette publique et des actifs sans risque du secteur privé. Si la dette souveraine diminue, alors le secteur privé va s’y substituer et, ainsi, la taille du secteur bancaire parallèle va grossir. Gorton et Muir mettent aussi en évidence que lorsque la liquidité<sup>19</sup> publique est insuffisante et que la liquidité privée prend le relais, c’est-à-dire lorsque le poids du collatéral privé augmente par rapport au poids du collatéral public, les crises se déclenchent plus facilement. Avant la crise, le marché fonctionnait sans intervention des banques centrales. La période précédant la crise de forte croissance du secteur bancaire parallèle équivaut, dans le modèle, à un accroissement du ratio  $\frac{2S}{R_0}$ , soit un surplus plus important des nouveaux projets d’investissements. Ce fait stylisé est compatible avec une phase ascendante du cycle financier, s’opérant dans l’enthousiasme des anticipations de croissance de l’économie.

Par ailleurs, le secteur bancaire parallèle qui fournit une très large part des financements à l’économie ne bénéficie pas d’un accès direct à la liquidité publique. Ce secteur bancaire parallèle n’accède pas aux opérations de la banque centrale européenne car seules les banques sont des contreparties admises à ces opérations. Il n’accède pas non plus directement aux opérations de la FED qui fonctionne avec un groupe réduit d’opérateurs (*primary dealer*), généralement les grandes banques d’investissement, chargés de réaliser l’interface avec tous les autres intervenants de marché. Par conséquent, en période de crise financière où les marchés financiers sont gelés, le secteur bancaire parallèle est confronté à des difficultés de trésorerie et de liquidité de financement que ne rencontrent pas les banques ayant accès aux allocations de liquidité de la banque centrale. Toutefois, le secteur bancaire parallèle peut quand même bénéficier indirectement des interventions de la banque centrale. C’est ce que le présent modèle a tenté de retracer. Ce travail visant à modéliser les effets indirects des bénéfices des interventions de la banque centrale sur le secteur bancaire parallèle n’est pas isolé. Par exemple, He, Khang et Krishnarmuthy (2010) documentent que les fonds d’investissement et les intermédiaires de marché non bancaires ont vendu massivement, en 2008, aux banques, des actifs américains ; ces actifs ont ensuite bénéficié de la garantie du gouvernement.

## **Bilan de la banque centrale**

---

<sup>19</sup> Leur papier considère la liquidité des actifs risqués, en particulier la liquidité du collatéral.

Le fait stylisé sur la stabilité des actifs sûrs comme somme des actifs sûrs publics et des actifs sûrs privés correspond, dans le modèle, à une stabilité de la taille totale des achats d'actifs, soit une stabilité de  $(\theta^* - a)$  ; avec la crise, cette stabilité justifie les interventions prolongées des banques centrales qui réaniment le marché gelé des actifs. Dans le modèle, lorsque la banque centrale intervient, on peut mesurer la taille du bilan des banques centrales générée par un déficit de liquidité fourni dans le cadre des opérations d'allègement en risque de crédit :  $(\theta_{bc} - a)$  ;

## 6.4 Gestion de la crise par les banques centrales

Comment le modèle de l'économie normative peut-il être rapproché de l'action observée des banques centrales lors de la gestion de la crise de 2007-2009 ?

### **Rapprocher le modèle d'économie normative de l'économie positive**

La première question qui se pose porte sur les points communs des interventions pratiques des banques centrales par rapport au modèle. Le modèle propose une économie normative, basée sur l'existence d'un contrat entre les banques et la banque centrale, qui à l'équilibre fixe le prix d'intervention de la banque centrale. Ce même prix est utilisé par le marché, procurant un bénéfice nul équivalent à une concurrence pure et parfaite dans le secteur bancaire parallèle. Dans la gestion pratique de la crise, les interventions des banques centrales peuvent être caractérisées par leur caractère discrétionnaire et, en l'absence de contrat avec les banques, par la concurrence des banques centrales avec le marché pour l'achat d'actifs. Ces mesures diffèrent donc en cela du modèle. Le modèle vise à corriger le caractère discrétionnaire des interventions car, qui dit « discrétion » dit possiblement « incohérence temporelle ». Dans le cas de la gestion d'une crise financière, l'incohérence temporelle peut provenir de l'incapacité de la banque centrale à tenir sa promesse de ne pas intervenir, une fois que la crise est là.

La seconde question porte sur la similarité des opérations de la FED et de la BCE. La principale différence pertinente pour le rôle de preneur de risque en dernier ressort de la banque centrale concerne le type et la quantité de risque acceptés par la banque centrale<sup>20</sup>. Plus précisément, les différences de sécurité entre la FED et la BCE portent sur : (1) un champ du collatéral moins élargi pour la BCE, (2) un type d'actifs achetés moins variés pour

---

<sup>20</sup> Cf Rieu-Foucalt « Réguler la liquidité dans une économie positive ».

la BCE, (3) une tendance de la BCE à octroyer des prêts plutôt que d'effectuer des achats en dépit des évolutions récentes, (4) l'intention affichée de la BCE d'agir pour un objectif de stabilité des prix, sans spécifier de raisons d'interventions pour la stabilité financière.

Quel est l'impact de ces différences dans le cadre d'un contrat avec les banques, sur la liquidité ?

La FED va acheter les actifs risqués dans une perspective de stabilité financière. Au début de la crise, les achats d'actifs risqués par la FED, notamment les achats de créances hypothécaires (*Mortgage Backed Securities*), sont massifs. Par ailleurs, les maturités de ces actifs sont longues, ce qui rend ces actifs d'autant plus risqués. La FED effectue donc des opérations d'allègement de crédit en assumant le risque en dernier ressort, comme dans le modèle de l'économie normative sans politique macroprudentielle.

La BCE va acheter les actifs risqués dans une perspective d'objectif de stabilité des prix, pour permettre le « bon fonctionnement des canaux de transmission de la politique monétaire ». Cela se traduit par une prise de risque plus limitée : les achats d'actifs risqués par la BCE ont été fortement limités avant 2015. Par ailleurs, seule une partie des actifs nationaux achetés est incluse dans le cas de pertes communautaires. L'autre partie reste sous la responsabilité des banques centrales et des gouvernements de chacun des états membres. De plus, la plus grande sûreté des opérations d'allègement de crédit des banques par la BCE passe par des maturités plus limitées et surtout par des critères de risques (solvabilité) plus stricts. En effet, la BCE n'achète que les titres éligibles en tant que collatéral aux opérations de politique monétaire. Les critères d'éligibilité du collatéral cherchent à se rapprocher le plus possible d'un actif sûr. De plus, dans le cas du collatéral, plus les risques de crédit et de liquidité d'un actif augmentent et plus les décotes sont élevées<sup>21</sup> (la valeur du collatéral remise en garantie doit être beaucoup plus élevée que la valeur nominale de l'opération). Au final, les opérations de la BCE se distinguent de celles de la FED du fait d'une limitation du rôle de preneur de risque en dernier ressort. La BCE effectue donc des opérations d'allègement de crédit où le cadre d'intervention se rapproche du modèle de l'économie normative dans lequel intervient la politique macroprudentielle du contrôle des risques des actifs, notamment la politique macroprudentielle active dans le cas de la gestion des chocs. La mise en œuvre

---

<sup>21</sup> La valeur supplémentaire demandée pour le collatéral peut être conséquente par exemple pour les créances titrisées (*ABS*). La BCE publie dans son manuel des opérations de politique monétaire les tables de décotes appliquées aux opérations en fonction de la notation d'au moins deux agences de notation agréées.

opérationnelle de ces mesures non conventionnelles laisse toutefois s'interroger sur les possibles effets pervers à plus long terme d'un assèchement des marchés de titres les plus sûrs.

### **Financement BCE par prêts contre sûreté pour des maturités longues**

Hormis la période récente (depuis octobre 2014) où les mesures de la BCE ont convergé vers celles de la FED avec des achats massifs, les opérations de la BCE sont plutôt caractérisées, y compris en temps normal, par des opérations de prêts contre sûreté que par des opérations d'achats. Peut-il être alors équivalent d'intervenir dans l'économie normative sous la forme de liquidité de financement (prêts) plutôt que de liquidité de marché ou de liquidité de collatéral (achats) ?

Tirole (2012) analyse le cas d'une prise de participation sous la forme de prêt collatéralisé : le vendeur initial conserve une partie de son actif de dotation sur son bilan. L'opération d'achat d'actif risqué peut être interprétée comme une opération équivalente de prêt collatéralisé avec les caractéristiques suivantes : au lieu de vendre l'actif de dotation, le vendeur s'engage dans un contrat où il donne en collatéral une partie du revenu futur de cet actif :  $R_0 - y$  et conserve la partie résiduelle de l'actif  $y$  sur son bilan. Tirole montre que cette partie résiduelle est une fonction de l'actif de dotation (que l'on surnomme décôte en lien avec la pratique opérationnelle des marchés financiers lors d'une opération de collatéral).

Une comparaison avec le cas des achats fermes montre que (1) l'ampleur des interventions des banques centrales est plus importante lorsqu'il y a prêt collatéralisé car le vendeur conserve une partie du collatéral sur son bilan ; (2) la conservation d'une partie de l'actif au bilan réduit naturellement le phénomène d'auto-sélection, ce qui rend l'intervention de la banque centrale moins coûteuse. (3) à l'identique du cas des achats fermes, la banque centrale ne finance pas tous les types qui acceptent de vendre leur actif et laisse donc une part du financement au marché. Il est donc moins coûteux de pratiquer du refinancement bancaire où le collatéral est de l'actif risqué que de détenir directement cet actif. Dans le cas de détention directe, le risque de défaut est directement sur l'actif acheté. Dans le cas de détention du collatéral, le risque de défaut est un risque d'ordre deux (carré de la probabilité de défaut) car il faut qu'en premier l'établissement bancaire fasse défaut et qu'ensuite l'actif sous-jacent détenu comme collatéral fasse défaut.

### **TLTROs de la BCE : une forme de contrat avec les banques**

Les opérations de refinancement ciblées de la BCE, TLTROs (*targeted long term refinancing operations*) sont une mesure non conventionnelle qui contient un contrat entre banques et banque centrale.

Deux programmes d'opérations de TLTROs ont été mis en œuvre en septembre 2014 et en mars 2016. Les TLTROs (programme II) sont des opérations de prêts d'une maturité de quatre ans avec possibilité de remboursement au bout de deux ans, pour lesquelles les banques doivent pouvoir justifier d'encours de crédit spécifiques à ces opérations de refinancement. Elles sont réalisées pour rendre plus facile l'octroi de crédits à l'économie, dans le sens où la BCE se substitue aux marchés de financement (et non aux marchés de la monnaie) pour financer une partie des nouveaux crédits à des taux identiques à ceux appliqués aux opérations principales de refinancements en vigueur au moment des adjudications. A l'instar des autres mesures non conventionnelles, la BCE justifie ces nouvelles opérations d'assouplissement des conditions du crédit pour le secteur privé par l'objectif d'accentuer l'orientation accommodante de la politique monétaire et de renforcer la transmission de cette politique monétaire en encourageant l'activité de prêts à l'économie réelle.

Ces mesures peuvent être analysées comme intervenant à la fois sur les actifs et sur les passifs des bilans bancaires. Sur les actifs car, d'un point de vue de la politique monétaire, elles cherchent à stimuler l'inflation par l'octroi de crédit, dans un contexte de désinflation voire de déflation selon les périodes, en moyenne depuis le début de la crise financière. Sur les passifs car, d'un point de vue de la stabilité financière, elles se substituent aux marchés de financements pour fournir de la liquidité de financement pour le cas où celle-ci ne serait pas disponible par les mécanismes de marché. Ce dernier point n'est toutefois pas évoqué dans les communiqués de la BCE qui n'a pas d'objectif explicite de stabilité financière.

Dans les opérations de TLTROs, la liquidité de financement (que l'on prend de maturité 4 ans) n'est allouée que si les banques peuvent justifier de l'engagement « dans un nouveau projet d'investissement », c'est-à-dire les crédits octroyés. Ainsi, il y a contrat sur ces opérations. De nouveau, la BCE assèche le collatéral bancaire le moins risqué dans ses opérations de prêts, laissant aux banques pour leurs opérations garanties le collatéral le plus risqué. Comme dans le modèle de l'économie normative, la banque centrale fournit bien la liquidité à un prix administré qui est supérieur au prix de marché. Les banques sont bénéficiaires lorsqu'elles effectuent ces opérations avec la banque centrale (taux moyen des appels d'offres standards) plutôt qu'avec les autres contreparties de marché privé. En effet, sur les marchés privés de financement, le taux de marché est plutôt supérieur au taux d'appels d'offres des opérations principales de refinancement, notamment en raison de la prime de

risque de défaillance de la contrepartie et de la prime de terme. La prime de terme positive est contenue dans les maturités de moyen terme des TLTROs.

Par ailleurs, ces opérations contractuelles nécessitent un engagement des banques comme dans le mécanisme du modèle. Or, les opérations de la BCE ont eu, dans la pratique, un succès relativement modéré. Pourquoi ? De manière rationnelle, les banques préfèrent s'engager dans des opérations discrétionnaires sur la liquidité, ne leur imposant pas d'engagement. La banque centrale aurait donc intérêt à contractualiser l'ensemble de ses opérations, diminuant alors le coût potentiel pour l'économie. De manière plus générale, la multiplicité des mesures non conventionnelles semble pouvoir faire l'objet d'arbitrage par les banques entre les différentes mesures, du fait d'une absence d'homogénéité du processus d'allocation de la liquidité.

## 7. CONCLUSION :

Le modèle de l'économie normative cherche à établir une théorie de la gestion des crises lorsque les marchés sont défaillants en termes de liquidité de marché ou sur la liquidité de financement. La défaillance des marchés provient de l'existence d'une asymétrie d'information (auto-sélection) sur la qualité des actifs détenus qui peut empêcher de trouver une contrepartie pour vendre dans le marché un actif de dotation que l'on a besoin de convertir en cash. L'incapacité à vendre l'actif de dotation risqué est problématique lorsque la banque a besoin de convertir cette valeur pour réinvestir dans un nouveau projet d'investissement qui n'est pas auto-finançable (en raison de l'existence d'un aléa moral provenant d'une partie du revenu futur qui est capturable par les actionnaires de la banque).

Le prix d'intervention est défini comme une fonction linéaire de la variable aléatoire  $\theta$  qui représente la qualité de l'actif de dotation sous-jacent. Cette variable aléatoire est contrainte réglementairement par un seuil de risque maximal autorisé dans l'économie. La contrainte d'incitation est donnée par un prix d'intervention qui soit supérieur à un certain niveau  $p^* \geq \bar{p}$ . La fonction de bien-être de l'économie est définie par l'utilité des banques à laquelle doit être retranché un coût des fonds publics, dès lors que la banque centrale intervient. La banque centrale représente ici l'ensemble des agents économiques et notamment les payeurs de taxes. Dans cette modélisation, la rente informationnelle est fonction du type de la banque, représentée par la qualité de ses actifs,  $\theta$ .

La banque centrale propose un mécanisme aux banques qui possèdent les actifs de dotation risqués. Le mécanisme est conçu sous la forme d'un jeu séquentiel (problème d'incitation initial d'un contrat entre un principal et son agent, auquel on rajoute les contraintes de participation des banques ; ces contraintes de participation sont endogènes) dont le prix d'équilibre est unique et sert également de prix d'échange sur le marché. Le résultat de l'équilibre implique que la banque centrale laisse toujours une part des échanges au marché. Le résultat de l'équilibre permet de déterminer un seuil  $\theta^*$ , point jusqu'auquel les banques acceptent d'acheter les créances titrisées. Comme les banques acceptent ou refusent en premier l'offre de la banque centrale, celle-ci se retrouve à acheter tous les actifs de dotation avec le plus fort risque de perte. Il résulte donc un coût pour le payeur de taxes, augmenté d'un coût social de disposition des fonds publics. Lorsque le marché fonctionne et que la banque centrale intervient, cette intervention est toujours optimale. A l'inverse, la banque centrale peut avoir intérêt à intervenir lorsque le marché est gelé, même si l'intervention n'est pas optimale. Cette situation dépend du coût des fonds publics. Le bien-être avec intervention de la banque centrale restera toujours plus faible dans le cas du marché gelé que dans le cas d'un marché qui a les incitations nécessaires pour fonctionner.

Les résultats du modèle montrent que si l'efficacité de l'économie est un objectif de la politique des liquidités, alors les mesures d'allègement de crédit doivent opérer même hors période de crise à partir du moment où le coût des fonds publics le permet. Politique budgétaire et politique des liquidités sont liées. De plus, une politique macroprudentielle de gestion des risques des actifs préalable à la proposition du mécanisme va augmenter le bien-être. Plusieurs cas peuvent se présenter : cette politique macroprudentielle peut être suffisante pour que tous les actifs titrisés (de dotation) soient vendus et, alors, la politique des liquidités n'est jamais nécessaire. Dans d'autres cas, le contrôle macroprudentiel des risques est complémentaire de la politique des liquidités. Par ailleurs, il peut permettre de restaurer le fonctionnement des marchés lorsque ceux-ci sont gelés, indépendamment de la politique des liquidités. Enfin, lors de la gestion d'une crise financière, qui peut se traduire par un choc macroéconomique ou un choc financier, la banque centrale va réagir selon la politique des liquidités préalablement décrite. De nouveau, cette politique peut être complétée par une politique macroprudentielle « active » qui consiste à limiter les actifs de dotation risqués acceptés à l'achat.

La question de la mise en œuvre d'un tel mécanisme d'allocation de liquidité se pose alors. La nécessaire simplification de la réalité pour la modélisation nécessite quelques

compléments d'analyse afin d'intégrer un ensemble d'éléments reliés à la complexité de la réalité.

Tout d'abord, dans la pratique, le coût des fonds publics est difficile à évaluer. Le modèle peut être utilisé de deux manières dans la définition d'une politique économique : soit le coût des fonds publics est donné au sens où la politique fiscale compatible avec les interventions vient définir l'option de sortie et donc la taille du secteur bancaire parallèle et celle du bilan de la banque centrale ; soit le modèle est utilisé à l'envers en inférant de la taille observée du secteur bancaire parallèle et de la taille observée du bilan de la banque centrale quel est le coût des fonds publics pour l'économie considérée. Par ailleurs, ce coût des fonds publics pourrait devenir endogène dans un lien plus élaboré entre la politique des liquidités et la politique budgétaire.

Ensuite, une prise en compte de la dynamique dans un processus de gestion de la crise financière mène à s'intéresser à des coûts supplémentaires. Un gel prolongé des marchés financiers génère un coût structurel car, sur plusieurs périodes, la substitution des banques centrales aux marchés (ou à certains marchés) vient détruire des infrastructures (systèmes de paiement, immobilier de bureaux,...). La valeur des structures existantes en dynamique doit être prise en compte par une valeur de continuation de l'activité de marché.

Enfin, une réflexion de politique économique est préalable à une mise en œuvre de travaux sur la structure optimale entre banques et système bancaire parallèle. La « fonction objectif » du planificateur social a des implications sur l'économie réelle. Pour le planificateur social, l'objectif final de l'ensemble du secteur bancaire et financier est le financement de l'activité productive. Cela implique une absence de désirabilité d'activité financière ayant comme conséquence unique un allongement de la chaîne de production des financements à moins que la valeur ajoutée de cette chaîne ne permette de couvrir les coûts fixes qu'elle crée (rémunération des actionnaires qui s'apparente à la capture d'une partie des revenus d'actifs).

Une politique des liquidités, définie par le mécanisme d'allocation de ce papier, ouvre aussi sur un ensemble de points de questionnements tenant des interactions de cette politique des liquidités (1) avec la réglementation macroprudentielle, (2) avec la politique économique du gouvernement sous les aspects des effets redistributifs et de la gestion du risque systémique, et enfin (3) avec les autres fonctions de dernier ressort de la banque centrale :

Tout d'abord, la politique macroprudentielle du présent modèle est complémentaire de la politique macroprudentielle proposée par les instances de réglementation internationales. Ces dernières proposent, entre autres, un coussin de fonds propres contra-cycliques



(*countercyclical capital buffer*) qui est défini comme une surcharge en fonds propres ayant pour objectif de protéger le système bancaire des pertes potentielles liées à un risque systémique cyclique. Le mécanisme d'allocation de liquidité proposé ici est contra-cyclique en période de crise et procyclique en période de croissance : en effet, dans tous le cas, la politique de liquidités a comme effet d'augmenter l'investissement productif de l'économie et le bien-être qui en découle, que le marché fonctionne ou qu'il soit gelé. Par conséquent, le mécanisme d'allocation de liquidité vient diminuer les fluctuations du cycle financier et, par effet de transmission, les fluctuations du cycle économique. La politique macroprudentielle active dans le modèle, qui n'intervient qu'après un choc négatif ou la survenance d'une défaillance de marché est contracyclique. Elle vient diminuer la quantité de risque dans l'économie, permettant une hausse des financements productifs.

Ensuite, l'articulation entre gouvernement et banque centrale ne peut pas être ignorée. La banque centrale peut être soit un acteur du gouvernement, à qui est déléguée la politique des liquidités, soit un acteur non délégué qui agit directement pour le compte du gouvernement. Quelle que soit l'indépendance politique, le résultat (positif ou négatif) de la banque centrale est toujours reversé au moins en partie à l'Etat faisant le lien entre banque centrale et payeurs de taxes. Le gouvernement se retrouve avec la responsabilité redistributive des gains d'efficience. Dans le modèle, le payeur de taxes n'a pas d'option de sortie du mécanisme et doit participer par défaut dès que la banque centrale intervient. Or, la production issue de la réalisation du projet d'investissement va bénéficier à certains consommateurs, mais pas à tous de manière égalitaire selon la répartition des revenus. Le coût des fonds publics devrait alors pouvoir être imputé aux banques qui dégagent la rente informationnelle. L'objectif serait d'internaliser les externalités dégagées sur le consommateur du fait de la politique des liquidités.

Par ailleurs, la répartition des rôles entre gouvernement et banque centrale devrait être précisée. L'achat d'actifs risqués par la banque centrale pourrait être remplacé par l'émission de dette publique, production d'actifs sûrs par le gouvernement. Alternativement, le gouvernement pourrait conduire la politique des liquidités. Le gouvernement s'occupe des questions de solvabilité et la banque centrale des questions de liquidité mais liquidité et solvabilité ne sont pas séparables. Ainsi, le gouvernement pourrait mener une politique économique, plus orientée sur les aspects solvabilité mais traitant aussi les questions de la politique des liquidités : prise de participation dans les bilans bancaires, constitution d'un fonds d'assurance publics contre les chocs de liquidité systémique. La composante « liquidité systémique » de la stabilité financière peut alors être définie comme une problématique de

bien publics pour les banques (externalité multilatérale au sens où l'externalité négative est homogène et non spécifique à une banque précise s'agissant d'un gel des marchés financiers).

Enfin, les mesures non conventionnelles des banques centrales, qui servent aussi la politique monétaire, sont plus larges que les achats d'actifs risqués, plus spécifiques à la stabilité financière. La fonction ici définie par la politique des liquidités de « banque centrale preneur de risque en dernier ressort » peut être assimilée à des problèmes de liquidité de financement, de liquidité de marché ou de liquidité de collatéral<sup>22</sup>. Par ailleurs, la banque centrale exerce aussi la fonction de prêteur en dernier ressort, qui concerne les besoins de trésorerie, et la fonction de teneur de marché en dernier ressort, qui concerne la liquidité de marché. Les allocations de liquidité doivent alors pouvoir être ciblées selon les défaillances de marché et la liquidité allouée entre les différents besoins : d'interventions en dernier ressort de la banque centrale sur la stabilité financière, de politique monétaire avec un objectif de stabilité des prix.

---

<sup>22</sup> Pour une taxonomie des liquidités et une présentation des différentes fonctions en dernier ressort de la banque centrale, voir Rieu-Foucault « Gérer la crise de 2007-2009 : un début de politique des liquidités ».

# ANNEXES

## ANNEXE 1 : Preuves des résultats du jeu d'allègement de crédit

### Annexe 1.1 : Preuve du Lemme 1

Supposons que ce ne soit pas le cas, alors soit  $p_m > p_{bc}$  soit  $p_m < p_{bc}$  ;

(1)  $p_m > p_{bc}$  :

A l'équilibre, aucun type vendeur n'accepte la proposition de prix de la banque centrale dont l'offre est une stratégie dominée par l'offre des fonds d'investissement. A ce moment-là, comme les fonds d'investissement se retrouvent en concurrence sur le marché sans la présence de la banque centrale, le prix qu'ils offrent  $p_m$  doit être égal à celui  $p_l$  du marché fonctionnant seul. D'après le jeu séquentiel de la Figure 4, il est indifférent avec  $p_m = p_l$  que la banque centrale propose le mécanisme ou n'intervienne pas. L'existence d'un coût  $\varepsilon$ , très petit et positif (coût administratif par exemple) pour proposer le mécanisme, amène à choisir l'absence d'intervention de la banque centrale. De manière alternative, on voit dans le lemme 2 que  $p_{bc} > p_l = p_m$ , ce qui est contraire à l'hypothèse.

(2)  $p_m < p_{bc}$  :

A l'équilibre tous les vendeurs acceptent l'offre de la banque centrale. Par conséquent, tous les types qui restent entre  $\theta_{bc}$  et 1 refusent l'offre des fonds d'investissement et choisissent de garder leur actif de dotation ;  $\theta_{bc}$  détermine alors l'option de sortie des banques. Dans ce cas-là, les fonds d'investissement n'achètent plus et le marché est fermé lorsque la banque centrale intervient. Le bien-être est alors donné par :

$$W_{bc}^F = \int_a^{\theta_{bc}} \theta_{bc} R_0 dF(\theta) + \int_{\theta_{bc}}^1 \theta R_0 dF(\theta) - (1 + \lambda) \int_a^{\theta_{bc}} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta) ;$$

De l'achat uniquement par la banque centrale, le prix  $p_{bc}$  est donné par la saturation de la condition de participation de la banque :

$$p_{bc} = \theta_{bc} R_0 - S$$

D'où :

$$W_{bc}^F(\theta_{bc}, a, \lambda) = -\frac{\lambda R_0}{2(1-a)} (\theta_{bc} - a)^2 + \frac{R_0}{2} (1+a)$$

Et par suite :

$$\frac{\partial W_{bc}^F}{\partial \theta_{bc}} = -\frac{\lambda R_0}{(1-a)} (\theta_{bc} - a) < 0$$

Par conséquent, il est sous-optimal pour la banque centrale de financer tous les types. La banque centrale fait un gain sur le bien-être global lorsqu'elle décroît le niveau des types financés. Elle va donc diminuer  $p_{bc}$  jusqu'au moment où elle va atteindre  $\theta_{bc} = \theta^*$  qui est donné par la saturation de la contrainte de participation de la banque lorsque les fonds d'investissement sont acheteurs soit  $\theta^* = \frac{p_m + S}{R_0}$ ; au seuil  $\theta^*$  on a alors  $p_m = p_{bc}$ , ce qui est contradictoire avec l'hypothèse  $p_m < p_{bc}$  ;

### **Annexe 1.2 : Preuve du Lemme 2**

On cherche un équilibre tel que  $\theta \in \Theta_{bc}$  et  $\theta \in \Theta_m$  avec  $\Theta_{bc} \cap \Theta_m = \emptyset$  et  $\Theta_{bc} \cup \Theta_m = \Theta$ .

La séparation des types définit la probabilité des croyances de financement par la banque centrale ou les fonds d'investissement :  $\mu_{bc} = \mu(\theta \in \Theta_{bc}/\Theta)$  et  $\mu_m = \mu(\theta \in \Theta_m/\Theta)$ .

De manière cohérente avec les croyances, la résolution de l'équilibre bayésien parfait est donnée par : le vendeur choisit d'accepter l'offre de la banque centrale si  $U_{bc}(\theta) > U_m(\theta)$ , soit  $\theta \in \Theta_{bc}$ . Il refuse l'offre de la banque centrale si  $U_{bc}(\theta) < U_m(\theta)$ , soit  $\theta \in \Theta_m$ .

L'équilibre séparateur va exister entre les types financés par la banque centrale et ceux financés par les fonds d'investissement car la résolution séquentielle du jeu permet un ordonnancement des types. Si le marché intervenait de manière simultanée avec la banque centrale ce ne serait pas le cas et l'efficience globale serait alors plus faible. Dans le cas du jeu séquentiel on peut attacher une probabilité tendant vers zéro, qu'un évènement exogène conduisant à un gel du marché ou à une révélation du risque de l'actif de dotation intervienne après que les banques aient accepté ou refusé l'offre de la banque centrale. On peut faire la même hypothèse mais avant que les banques aient eu le temps de traiter avec les fonds d'investissement. Face à ce risque, même s'il tend vers zéro, les banques possédant les actifs de dotation les plus risqués vont avoir une préférence plus forte pour accepter l'offre de la banque centrale que les banques possédant des actifs de dotation moins risqués. En effet, ces dernières possèdent une rente informationnelle plus faible et perdront donc moins de revenus si l'évènement exogène avec une probabilité très faible se réalise. Il y a donc un classement des types qui s'effectue à la limite.

### **Annexe 1.3 : Preuve du Lemme 3**

On va montrer que lorsqu'il y a égalité entre le prix de marché et le prix fixé par la banque centrale, ce prix est en fait un prix administré à l'équilibre où  $p_m = p_{bc} > p_l$  ;

Dans le cas benchmark, le bien-être était :

$$W_l^F = \int_a^{\theta_l} \theta_l R_0 dF(\theta) + \int_{\theta_l}^1 \theta R_0 dF(\theta)$$

Lorsque la banque centrale intervient, le bien-être social est la somme de l'espérance de l'utilité des vendeurs et de la perte de la banque centrale, le fonds d'investissement (acheteurs) faisant toujours un profit nul :

$$W_{bc+m} = E[u(\theta)] - (1 + \lambda)D$$

On avait précédemment dérivé les résultats :  $U(\theta) = p + S = \theta^* R_0$ ,  $\theta \leq \theta^*$  et  $U_0(\theta) = \theta R_0$ , selon que l'actif de dotation est vendu ou conservé. Donc, le bien-être social est :

$$W_{bc+m}^F = \int_a^{\theta^*} \theta^* R_0 dF(\theta) + \int_{\theta^*}^1 \theta R_0 dF(\theta) - (1 + \lambda) \int_a^{\theta_{bc}} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta) ;$$

On peut exprimer le bien-être uniquement en fonction de l'option de sortie ; pour cela, on réécrit le dernier membre (sachant  $F(a) = 0$ ) :

$$\int_a^{\theta_{bc}} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta) = p_{bc} F(\theta_{bc}) - m(a, \theta_{bc}) F(\theta_{bc}) R_0 ;$$

Par ailleurs, on a :  $R_0 \int_a^{\theta^*} \theta dF(\theta) = R_0 \int_a^{\theta_{bc}} \theta dF(\theta) + R_0 \int_{\theta_{bc}}^{\theta^*} \theta dF(\theta) ;$

Par définition des espérances conditionnelles, on peut réécrire cette égalité comme :

$$m(a, \theta^*) R_0 F(\theta^*) = m(a, \theta_{bc}) R_0 F(\theta_{bc}) + m(\theta_{bc}, \theta^*) R_0 [F(\theta^*) - F(\theta_{bc})] ;$$

De la contrainte de participation de l'acheteur saturée pour le type de l'option de sortie :

$p_m = \frac{\theta_{bc} + \theta^*}{2} R_0 = m(\theta_{bc}, \theta^*) R_0$ . Comme on a montré dans le lemme 1 que  $p_{bc} = p_m$  :

$$[p_{bc} - m(a, \theta^*) R_0] F(\theta^*) = [p_{bc} - m(a, \theta_{bc}) R_0] F(\theta_{bc})$$

Par suite, le bien-être social peut donc être exprimé uniquement en fonction de  $\theta^*$  :

$$W_{bc+m}^F(\theta^*) = \int_a^{\theta^*} \theta^* R_0 dF(\theta) + \int_{\theta^*}^1 \theta R_0 dF(\theta) - (1 + \lambda) \int_a^{\theta^*} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta) \quad (15) ;$$

Pour pouvoir augmenter les types de vendeurs qui acceptent de participer au mécanisme par rapport au cas benchmark, on doit nécessairement avoir  $\theta^* > \theta_l$  en raison de l'existence du coût des fonds publics lorsque la banque centrale intervient. Les contraintes de participation du vendeur sont saturées au niveau du type déterminant l'option de sortie, soit :

$$(PC \text{ cas benchmark}) : p_l + S = \theta_l R_0$$

$$(PC \text{ avec BC et } p_{bc} = p_m) : p_{bc} + S = \theta^* R_0$$

De la contrainte de participation de la banque centrale,  $\theta^* > \theta_l$ , on a donc la condition nécessaire :  $p_{bc} > p_l$ .

#### Annexe 1.4 : Preuve du Lemme 4

De l'équation (15) réécrite ci-dessous, la fonction de bien-être social dépendait uniquement de  $\theta^*$ . Ainsi, la banque centrale va maximiser le bien-être en fonction du type optimal de l'option de sortie :

$$W_{bc+m}^F = \theta^* R_0 F(\theta^*) + \int_{\theta^*}^1 \theta R_0 dF(\theta) - (1 + \lambda) \left[ (\theta^* R_0 - S) F(\theta^*) - \int_a^{\theta^*} \theta R_0 dF(\theta) \right];$$

La valeur optimale de  $\theta^*$  est donnée par la condition du premier ordre :

$$\frac{\partial W_{bc+m}^F}{\partial \theta^*} = 0,$$

Sous les contraintes de faisabilité de  $\theta^*$  :  $\theta^* \leq 1$  ;  $\theta^* > \theta_l = a + \frac{2S}{R_0}$  (ou, de manière équivalente,  $p_{bc} > p_l$ ).

Sachant que  $F(a) = 0$ , la condition du premier ordre est :

$$\begin{aligned} \theta^* R_0 f(\theta^*) + F(\theta^*) R_0 - \theta^* R_0 f(\theta^*) - (1 + \lambda) [R_0 F(\theta^*) + (\theta^* R_0 - S) f(\theta^*) - \theta^* R_0 f(\theta^*)] \\ = 0 \end{aligned}$$

D'où la solution intérieure :

$$\lambda F(\theta^*) R_0 = (1 + \lambda) f(\theta^*) S$$

Soit avec la loi uniforme  $\mathcal{U} [a ; 1]$  :

$$\lambda(\theta^* - a) R_0 = (1 + \lambda) S \quad (16)$$

#### Annexe 1.5 : Preuve de la proposition 1

Dans quelle mesure la banque centrale doit intervenir alors que le marché fonctionne ? Sur la base d'un critère d'efficience, elle doit intervenir si le gain de bien-être de l'économie suite à son intervention est strictement positif. Ce gain va être strictement positif en dessous d'un certain coût des fonds publics.

Le type de l'option de sortie doit au moins être égal à celui du cas benchmark (solution aux bornes) :  $\theta^* > \theta_l = a + \frac{2S}{R_0}$ . On définit un seuil pour le coût des fonds publics,  $\lambda_2$ , tel que pour  $\lambda > \lambda_2$  on a  $\theta^* < \theta_l$ . Dans ce cas, le bien-être est plus élevé lorsque la banque centrale ne propose pas de mécanisme ; par suite, le marché fonctionne seul  $\theta^* = \theta_l$  ;  $\theta_{bc} = a$ .

De (17) et de (7) :  $\theta^* > \theta_l$  pour  $a + \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \frac{s}{R_0} > a + \frac{2s}{R_0}$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) > 2 \text{ soit } \lambda < 1 \text{ d'où } \lambda_2 = 1 \quad (20)$$

## ANNEXE 2 : Preuves des résultats du jeu d'allègement de crédit

### Annexe 2.1 : Preuve de la proposition 2

On peut obtenir le coût maximal des fonds publics permettant de ranimer le marché pour un niveau de bien-être au moins égal à celui du marché gelé en égalisant les deux expressions du bien-être. Cela revient à écrire la fonction de bien-être avec l'intervention de la banque

centrale pour  $\underline{\theta} = \frac{B}{R_0}$  soit :  $W_{bc+m}^G \left( \underline{\theta} = \frac{B}{R_0} \right) = W_l^G (\theta_l = a)$  ;

$$\int_a^{\underline{\theta}} B dF(\theta) + \int_{\underline{\theta}}^1 \theta R_0 dF(\theta) - (1 + \lambda)[p - m(a, \theta_{bc})R_0]F(\theta_{bc}) = \int_a^1 \theta R_0 dF(\theta) ;$$

$$\int_a^{\underline{\theta}} B dF(\theta) - \int_a^{\underline{\theta}} \theta R_0 dF(\theta) = (1 + \lambda)[B - S - m(a, \theta_{bc})R_0]F(\theta_{bc}) ;$$

Comme précédemment, on a :

$$[p_{bc} - m(a, \underline{\theta})R_0]F(\underline{\theta}) = [p_{bc} - m(a, \theta_{bc})R_0]F(\theta_{bc}) ;$$

D'où :

$$\int_a^{\underline{\theta}} [B - \theta R_0] dF(\theta) = (1 + \lambda)[B - S - m(a, \underline{\theta})R_0] F(\underline{\theta}) ;$$

Le seuil du coût des fonds publics est donc donné par l'égalisation de la hausse des rentes reliées à l'intervention de la banque centrale à partir d'une situation où le marché est gelé (ou hausse du bien-être) pour les types  $\left[ a, \underline{\theta} = \frac{B}{R_0} \right]$  avec la hausse du coût public lié au rachat des actifs de dotation à prix  $p = B - S$ .

Le calcul du coût maximal des fonds publics pour la plus petite valeur de l'option de sortie est donné par :

$$B - m\left(a, \frac{B}{R_0}\right)R_0 = (1 + \lambda)\left[B - S - m\left(a, \frac{B}{R_0}\right)R_0\right]$$

$$S - \lambda\left[B - S - m\left(a, \frac{B}{R_0}\right)R_0\right] = 0$$

Soit :

$$\lambda_3(\underline{\theta}) \leq \frac{2S}{B - (2S + aR_0)} \quad (24)$$

$$\text{avec } \frac{2S}{B - (2S + aR_0)} > 0 \quad \text{car } B - (2S + aR_0) > 0 ;$$



### Annexe 2.2 : Preuve de la proposition 3

Le seuil minimal d'intervention, pour lequel l'intervention est optimale correspond alors à un niveau du coût des fonds publics  $\lambda_4(\underline{\theta}^*)$  qui va être inférieur au coût des fonds publics permettant l'intervention minimale  $\lambda_3(\underline{\theta})$ . En remplaçant par  $\underline{\theta}^* = \frac{B}{R_0}$  dans (16), on obtient :

$$\lambda_4\left(\underline{\theta}^* = \frac{B}{R_0}\right) \leq \frac{S}{B - (S + aR_0)} \quad (26)$$

Pour un marché gelé (condition  $B > 2S + aR_0$ ), on a bien :  $\lambda_3(\underline{\theta}) > \lambda_4(\underline{\theta}^*)$  car  $B > aR_0$ . En effet, du cas benchmark où  $\theta_l = a$  et  $p_l = 0$ , on a comme condition nécessaire pour une intervention de la banque centrale  $\theta^* > a$  ; d'où, en remplaçant  $\theta^*$  par  $a$ ,  $p_{bc} > aR_0 - S > 0$  ( $aR_0 - S$  est le prix minimal auquel le plus mauvais type accepte de vendre lorsque  $x(\theta) = 1$ ). De cette condition minimale,  $B - S > aR_0 - S$ .

### ANNEXE 3 : Condition d'optimalité de l'intervention :

**Preuve de la proposition sur la condition d'optimalité de l'intervention de la banque centrale :**

**PROPOSITION :** *Il est identique de maximiser le bien-être social lorsque la banque centrale propose le mécanisme ou l'écart de bien-être entre la situation avec mécanisme et la situation où le marché fonctionne seul.*

(1) Maximisation du bien-être lorsque la banque centrale propose le mécanisme :

$$W_{bc+m} = \theta^* R_0 F(\theta^*) + \int_{\theta^*}^1 \theta R_0 dF(\theta) - (1 + \lambda) \left[ (\theta^* R_0 - S) F(\theta^*) - \int_a^{\theta^*} \theta R_0 dF(\theta) \right] ;$$

$$W_{bc+m}^F = \frac{a + 1}{2} R_0 + F(\theta^*) \left[ S(1 + \lambda) - \lambda R_0 \frac{\theta^* - a}{2} \right] ;$$

La valeur optimale de  $\theta^*$  est donnée par la condition du premier ordre :

$$\frac{\partial W_{bc+m}}{\partial \theta^*} = 0,$$

$$f(\theta^*) \left[ S(1 + \lambda) - \lambda R_0 \frac{\theta^* - a}{2} \right] - F(\theta^*) \frac{\lambda R_0}{2} = 0$$

Avec  $f(\theta^*) = \frac{1}{1-a}$  et  $F(\theta^*) = (\theta^* - a)f(\theta^*)$  ;

La condition du premier ordre est donc :

$$S(1 + \lambda) = \lambda R_0 (\theta^* - a)$$

(2) Maximisation de l'écart de bien-être entre le cas où la banque centrale propose le mécanisme et un marché seul qui fonctionne :

$$W_{bc+m}^F = \theta^* R_0 F(\theta^*) + \int_{\theta^*}^1 \theta R_0 dF(\theta) - (1 + \lambda) \left[ (\theta^* R_0 - S) F(\theta^*) - \int_a^{\theta^*} \theta R_0 dF(\theta) \right] ;$$

$$W_l^F = \int_a^{\theta_l} \theta_l R_0 dF(\theta) + \int_{\theta_l}^1 \theta R_0 dF(\theta) ;$$

Ecart de bien-être :

$$\begin{aligned}
G_W^F &= W_{bc+m}^F - W_l^F \\
&= \theta^* R_0 F(\theta^*) - \theta_l R_0 F(\theta_l) - \int_{\theta_l}^{\theta^*} \theta R_0 dF(\theta) - \theta^* R_0 F(\theta^*) + SF(\theta^*) \\
&\quad + \int_a^{\theta^*} \theta R_0 dF(\theta) - \lambda [(\theta^* R_0 - S)F(\theta^*) - m(a, \theta^*)R_0 F(\theta^*)] ; \\
G_W^F &= [m(a, \theta_l) - \theta_l]R_0 F(\theta_l) + F(\theta^*) \left[ S(1 + \lambda) - \lambda R_0 \frac{\theta^* - a}{2} \right] ;
\end{aligned}$$

La valeur optimale de  $\theta^*$  est donnée par la condition du premier ordre :

$$\frac{\partial G_W^F}{\partial \theta^*} = 0,$$

Comme  $G_W^F$  diffère de  $W_{bc+m}$  seulement à une constante près :

$$\frac{\partial G_W^F}{\partial \theta^*} = \frac{\partial W_{bc+m}}{\partial \theta^*} ;$$

(3) Maximisation de l'écart de bien-être entre le cas où la banque centrale propose le mécanisme et le cas d'un marché seul gelé :

$$\begin{aligned}
W_{bc+m}^G &= \theta^* R_0 F(\theta^*) + \int_{\theta^*}^1 \theta R_0 dF(\theta) - (1 + \lambda) \left[ (\theta^* R_0 - S)F(\theta^*) - \int_a^{\theta^*} \theta R_0 dF(\theta) \right] ; \\
W_l^G &= \int_a^1 \theta R_0 dF(\theta) ;
\end{aligned}$$

Ecart de bien-être :

$$\begin{aligned}
G_W^G &= W_{bc+m}^G - W_l^G \\
&= \theta^* R_0 F(\theta^*) - m(a, \theta^*)R_0 F(\theta^*) - \theta^* R_0 F(\theta^*) + SF(\theta^*) \\
&\quad + m(a, \theta^*)R_0 F(\theta^*) - \lambda [(\theta^* R_0 - S)F(\theta^*) - m(a, \theta^*)R_0 F(\theta^*)] \\
G_W^G &= F(\theta^*) \left[ S(1 + \lambda) - \lambda R_0 \frac{\theta^* - a}{2} \right]
\end{aligned}$$

La valeur optimale de  $\theta^*$  est donnée par la condition du premier ordre :

$$\frac{\partial G_W^G}{\partial \theta^*} = 0,$$

Comme  $G_W^G$  diffère de  $G_W^F$  seulement à une constante près, on a :

$$\frac{\partial G_W^G}{\partial \theta^*} = \frac{\partial G_W^F}{\partial \theta^*} = \frac{\partial W_{bc+m}}{\partial \theta^*} ;$$

## ANNEXE 4 : Optimalité de l'intervention lorsque le marché fonctionne

Lorsque la banque centrale intervient alors que le marché fonctionne, cette intervention est toujours l'intervention optimale :

**PREUVE :**

De l'annexe 1, on a calculé le gain de bien-être lorsque le marché fonctionne :

$$G_W^F = [m(a, \theta_l) - \theta_l]R_0F(\theta_l) + F(\theta^*) \left[ S(1 + \lambda) - \lambda R_0 \frac{\theta^* - a}{2} \right] ;$$

La banque centrale est indifférente entre proposer le mécanisme et ne pas le proposer lorsque le gain de bien-être est nul.

De la condition  $\theta_l < \theta^*$ , on a :  $\underline{\theta}^* \rightarrow \theta_l = a + \frac{2S}{R_0}$

Pour :  $\underline{\theta}^* \rightarrow \theta_l$ , on a :

$$\begin{aligned} G_W^F &\rightarrow \left\{ \left[ \frac{\theta_l + a}{2} - \theta_l - \lambda \frac{\theta_l - a}{2} \right] R_0 + S(1 + \lambda) \right\} F(\theta_l) \\ &= \left\{ \left[ a + \frac{S}{R_0} - a - \frac{2S}{R_0} - \lambda \frac{S}{R_0} \right] R_0 + S(1 + \lambda) \right\} F(\theta_l) = 0 \end{aligned}$$

Lorsque  $\lambda \rightarrow 1^-$ , la banque centrale intervient pour un gain de bien-être qui tend vers zéro. Il y a continuité avec les types financés lorsque le marché fonctionne seul.

## ANNEXE 5 : Analyse du coût des fonds publics

### Cas 1 : Seuil de financement de la banque centrale

De la même manière, les différentes configurations pour le seuil de financement de la banque centrale en fonction du coût des fonds publics, selon que le marché fonctionne  $\theta_{bc}^F$  ou qu'il est gelé  $\theta_{bc}^G$  avec intervention de la banque centrale, peuvent alors être représentées par :

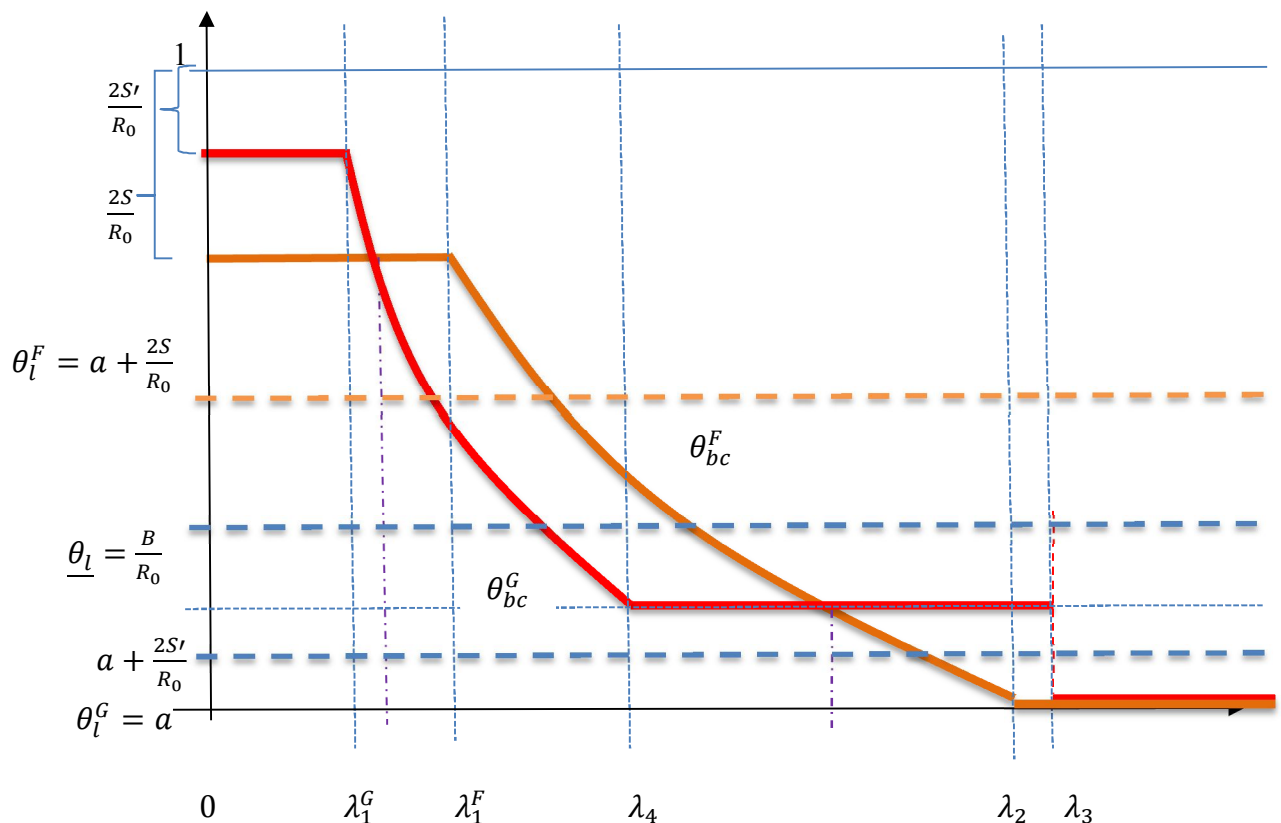


Figure A3.1. PROPORTION DES TYPES FINANCIERS PAR LA BANQUE CENTRALE EN FONCTION DU COÛT DES FONDS PUBLICS

Lorsque le marché était gelé et que la banque centrale intervient, la constante qui détermine la distance entre  $\theta^*$  et  $\theta_{bc}$  est plus petite que lorsque le marché fonctionnait, d'où la différence sur l'ordonnée à l'origine. On a autrement les mêmes configurations que pour l'option de sortie avec une intervention de la banque centrale qui s'arrête à  $\lambda_2$  lorsque le marché fonctionnait et à  $\lambda_3$  lorsque le marché était gelé.

Les points d'intersection des deux fonctions d'intervention de la banque centrale, marché qui fonctionne (F) et marché gelé (G), sont définis sur les différents segments de coûts des fonds publics :

- sur  $[0; \lambda_1^G]$  :  $\theta_{bc}^F = 1 - \frac{2S}{R_0}$  ;  $\theta_{bc}^G = 1 - \frac{2S'}{R_0}$  ; d'où  $\theta_{bc}^G > \theta_{bc}^F$  . L'écart entre  $\theta_{bc}^G$  et  $\theta_{bc}^F$  est de  $\theta_{bc}^G - \theta_{bc}^F = \frac{2\Delta S}{R_0}$  ;
- sur  $[\lambda_1^G; \lambda_1^F]$  :  $\theta_{bc}^F = 1 - \frac{2S}{R_0}$  ;  $\theta_{bc}^G = a + \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right) \frac{S'}{R_0}$  ; au point  $\lambda_1^F$ , on a :  $\theta_{bc}^G(\lambda_1^F) = a + (1-a) \frac{S'}{S} - \frac{2S'}{R_0}$  ; comme  $a < 1 - \frac{2S}{R_0} \Rightarrow \theta_{bc}^G < \theta_{bc}^F$  ; donc, il y a intersection des deux courbes au point :  $\theta_{bc}^G = \theta_{bc}^F$  pour  $\lambda = \frac{S'}{(1-a)R_0 - S - \Delta S}$  ;
- sur  $[\lambda_1^F; \lambda_4]$  :  $\theta_{bc}^G = a + \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right) \frac{S'}{R_0}$  ;  $\theta_{bc}^F = a + \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right) \frac{S}{R_0}$  ; comme  $S' < S \Rightarrow \theta_{bc}^G < \theta_{bc}^F$  ; donc, pas d'intersection sur ce segment.
- sur  $[\lambda_4; \lambda_2[$  :  $\theta_{bc}^F = a + \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right) \frac{S}{R_0}$  avec  $\theta_{bc}^F(\lambda_2) = a$  ; ; sur  $[\lambda_4; \lambda_3]$ , on a  $\theta_{bc}^G = \theta_{bc}^G(\lambda_4) = \theta_{bc}^G(\lambda_3) = \theta_G^* - \frac{2S'}{R_0} = \frac{B-2S'}{R_0}$  ; de la condition de gel des marchés  $\frac{B-2S'}{R_0} > a \Rightarrow \theta_{bc}^G(\lambda_2) > \theta_{bc}^F(\lambda_2)$  ; donc, il y a intersection sur ce segment :  $\theta_{bc}^G = \theta_{bc}^F$  pour  $\lambda = \frac{S'}{B-aR_0-S'+\Delta S}$  ;

## Cas 2 : Prix administrés :

On avait défini l'équivalence entre l'option de sortie et le prix administré ;

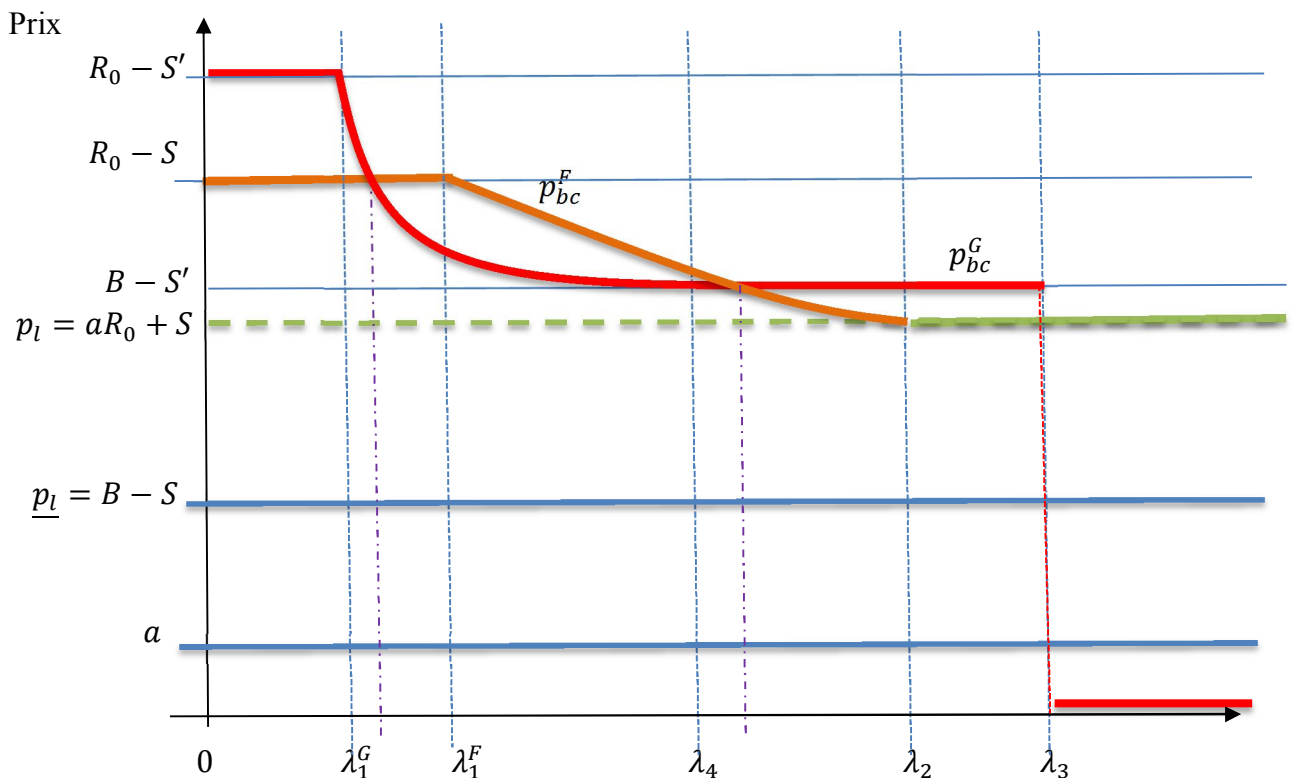


Figure A3.2. PRIX DE L'ÉCHANGE EN FONCTION DU COÛT DES FOND PUBLICS

on retrace ci-dessus en fonction du coût des fonds publics le prix d'échange – soit administré soit sur le marché fonctionnant seul - en fonction de si la banque centrale intervient ou n'intervient pas.

Les fonctions de prix sont une transformation affine de l'option de sortie ; elles sont donc aussi décroissantes et convexes.

Les points d'intersection des deux fonctions d'interventions de la banque centrale, marché qui fonctionne (F) et marché gelé (G) sont définis sur les différents segments de coûts des fonds publics :

- sur  $[0; \lambda_1^G]$  :  $p_{bc}^F = R_0 - S$  ;  $p_{bc}^G = R_0 - S'$  ; d'où  $p_{bc}^G > p_{bc}^F$  . L'écart entre  $p_{bc}^G$  et  $p_{bc}^F$  est de  $p_{bc}^G - p_{bc}^F = \Delta S$  ; ;
- sur  $[\lambda_1^G; \lambda_1^F]$  :  $p_{bc}^F = R_0 - S$  ;  $p_{bc}^G = aR_0 + \frac{S'}{\lambda}$  ;  $p_{bc}^G(\lambda_1^F) = \frac{S'}{S}R_0 + aR_0\left(1 - \frac{S'}{S}\right) - S'$  ; il y a intersection sur ce segment si  $p_{bc}^F > p_{bc}^G(\lambda_1^F)$  ; c'est le cas si  $R_0(1 - a) > S$  ; or, cette inégalité est toujours vérifiée car on avait vu que :  $a < 1 - \frac{2S}{R_0}$  pour avoir  $\lambda_1^F > 0$  ; Le point d'intersection se trouve en  $p_{bc}^F = p_{bc}^G(\lambda)$  lorsque  $\lambda = \frac{S'}{R_0(1-a)-S}$  ; on notera que ce point d'intersection des prix se fait à un niveau du coût des fonds publics inférieur à celui définissant le point d'intersection des types financés par la banque centrale. On avait :  $\theta_{bc}^G(\lambda_1^F) = \theta_{bc}^F$  pour  $\lambda = \frac{S'}{(1-a)R_0-S-\Delta S}$  ;
- sur  $[\lambda_1^F; \lambda_4]$  :  $p_{bc}^G = aR_0 + \frac{S'}{\lambda}$  ;  $p_{bc}^F = aR_0 + \frac{S}{\lambda}$  ; comme  $S > S' \Rightarrow p_{bc}^F > p_{bc}^G$  ; donc, pas d'intersection sur ce segment.
- sur  $[\lambda_4; \lambda_2]$  :  $p_{bc}^F = aR_0 + \frac{S}{\lambda}$  ; sur  $[\lambda_4; \lambda_3]$ , on a  $p_{bc}^G = p_{bc}^G(\lambda_4) = p_{bc}^G(\lambda_3) = B - S'$  ; il y a intersection sur ce segment si  $p_{bc}^F(\lambda_2) \leq p_{bc}^G(\lambda_2) = B - S'$  soit  $aR_0 + S + S' \leq B$  ; des conditions de fonctionnement et de gel des marchés on avait :  $aR_0 + 2S > B$  et  $aR_0 + 2S' < B$  ; le point d'intersection peut être présent si  $p_{bc}^F(\lambda) = p_{bc}^G(\lambda) = B - S'$  avec  $\lambda = \frac{S}{B-S'-aR_0}$  ; la condition d'intersection sur ce segment est donc :

$$\lambda = \frac{S}{B - S' - aR_0} \leq 1 \quad \text{ou} \quad aR_0 + S + S' \leq B$$

L'ampleur de l'écart entre S et S', et sa relation avec le montant du nouveau projet d'investissement qui peut être détourné ainsi que le niveau du contrôle des risques extrêmes détermine donc si le prix avec intervention de la banque centrale lorsque

le marché fonctionne est supérieur ou inférieur au prix d'intervention de la banque centrale lorsque le marché est gelé. Dans la représentation graphique ci-dessus, on a supposé que  $aR_0 + S + S' \leq B$  ;

- sur  $[\lambda_2 ; \lambda_3[$  :  $p_{bc}^G = B - S'$  ;  $p_{bc}^F = aR_0 + S$  ; on reste dans la même configuration que sur l'intervalle précédent avec  $p_{bc}^G \geq p_{bc}^F$  selon que  $aR_0 + S + S' \leq B$  ;
- sur  $[\lambda_3 ; +\infty[$  , avec le marché seul on a  $p_t^F > p_t^G$  ;



## ANNEXE 6 : Ecart de bien-être en fonction du coût des fonds publics

Pour les différentes valeurs de coûts des fonds publics, l'écart de bien-être est calculé entre une situation où le marché fonctionne et une situation où le marché est gelé.

### Cas 1 : Autarcie du marché ( $\lambda \geq \lambda_3$ )

Calcul du bien-être lorsque le marché est gelé ( $aR_0 + 2S < B$ ) : tous les types de vendeurs conservent leur actif de dotation. En espérance, le bien-être est donc donné par la valeur moyenne de la distribution des types :

$$W_l^G = \int_a^1 \theta R_0 dF(\theta) = \frac{a+1}{2} R_0 ; \quad (9)$$

Calcul du bien-être lorsque le marché fonctionne ( $aR_0 + 2S \geq B$ ):

Lorsque le marché fonctionne, l'espérance du bien-être est donnée par l'utilité de la vente de l'actif au prix  $p_l$  augmenté du surplus du projet d'investissement (à l'équilibre investir est dominant par rapport à ne pas investir) pour les types qui vendent, et par l'utilité du revenu de l'actif de dotation pour les types qui exercent leur option de sortie. Le bien-être est donc nécessairement plus important dès lors que le nouveau projet d'investissement peut être implémenté. Le calcul permet de le vérifier et de quantifier la hausse de bien-être de l'échange<sup>23</sup>.

$$W_l^F = \int_a^{\theta_l} \theta_l R_0 dF(\theta) + \int_{\theta_l}^1 \theta R_0 dF(\theta) = \frac{2S^2}{(1-a)R_0} + \frac{a+1}{2} R_0 \quad (10)$$

Le gain de bien-être du fonctionnement du marché en l'absence d'intervention de la banque centrale est donc de :

$$W_l^F - W_l^G = \frac{2S^2}{(1-a)R_0}$$

### Cas 2 : Intervention de la banque centrale ( $\lambda < \lambda_2$ )

---

<sup>23</sup> Pour mémoire, l'échange revient à augmenter la taille du secteur bancaire parallèle qui récupère le risque de crédit de l'actif de dotation, ce qui permet à la banque d'obtenir la liquidité nécessaire pour financer le nouveau projet d'investissement. Même si ici il s'agit d'opérations d'achats/ventes de créances titrisés le principe est le même avec une opération de prêt/emprunt contre collatéral. La multiplication de ce genre d'opérations avant la crise a généré le phénomène de « chaînes de collatéral » dont l'une des caractéristiques est d'avoir permis le fort développement du secteur bancaire parallèle, non encadré. Une analyse complète du bien-être nécessiterait d'introduire un équilibre général de l'économie, dynamique, afin de prendre en compte la destruction de capital réel consécutive au déclenchement d'une crise financière.

Ce cas représente la situation de coût des fonds publics où la banque centrale intervient que le marché fonctionne préalablement ou soit gelé. La fonction de bien-être est donc identique pour les deux situations de marché mais le surplus du projet d'investissement diffère selon que l'on soit en situation normale ou en situation de crise.

Lorsque la banque centrale intervient, calcul de la fonction de bien-être commune aux deux situations :

$$W_{bc+m} = \int_a^{\theta^*} \theta^* R_0 dF(\theta) + \int_{\theta^*}^1 \theta R_0 dF(\theta) - (1 + \lambda) \int_a^{\theta_{bc}} [p_{bc} - \theta R_0] dF(\theta) ;$$

Par rapport à la situation dans laquelle le marché fonctionne de manière autonome, le niveau de l'option de sortie est plus élevé mais les deux premiers membres du bien-être sont identiques, pour les banques qui vendent l'actif et les banques qui conservent leur actif de dotation. La hausse de bien-être est compensée par une perte composée de la perte espérée de l'intervention de la banque centrale (écart entre le prix d'achat et l'espérance de gain de l'actif) augmentée du coût social, perte liée à l'utilisation des fonds publics. Le dernier membre de l'équation représente le déficit lié à cette intervention de la banque centrale. La section 4 montrait l'équivalence, en appliquant les espérances conditionnelles, avec l'expression ci-dessous :

$$W_{bc+m}^F = \theta^* R_0 F(\theta^*) + \int_{\theta^*}^1 \theta R_0 dF(\theta) - (1 + \lambda) \left[ (\theta^* R_0 - S) F(\theta^*) - \int_a^{\theta^*} \theta R_0 dF(\theta) \right] ;$$

$$W_{bc+m}^F = \theta^* R_0 F(\theta^*) - \theta^* R_0 F(\theta^*) - \lambda \theta^* R_0 F(\theta^*) + (1 + \lambda) S F(\theta^*) + m(a, 1) R_0 + \lambda m(a, \theta^*) R_0 F(\theta^*) ;$$

$$W_{bc+m}^F = \frac{a + 1}{2} R_0 + F(\theta^*) \left[ S(1 + \lambda) - \lambda R_0 \frac{\theta^* - a}{2} \right]$$

$$\text{Avec } F(\theta^*) = \frac{\theta^* - a}{1 - a} :$$

$$W_{bc+m}^F = \frac{a + 1}{2} R_0 + \frac{\theta^* - a}{1 - a} (1 + \lambda) S - \lambda R_0 \frac{(\theta^* - a)^2}{2(1 - a)}$$

**Sous-cas 2.1 :** Dans le cas de la solution intérieure du problème d'optimisation de la politique des liquidités, on avait :

$$\theta_F^* = a + \frac{1 + \lambda S}{\lambda R_0}$$

En remplaçant  $\theta^*$  par sa valeur :

$$W_{bc+m}^F = \frac{a + 1}{2} R_0 + \frac{S^2}{2R_0} \frac{1}{1 - a} \frac{(1 + \lambda)^2}{\lambda}$$

En remplaçant  $S$  par  $S'$  dans l'expression de la fonction de bien-être et en posant  $\theta_G^* = a + \frac{1+\lambda}{\lambda} \frac{S'}{R_0}$ , l'écart entre la situation du marché qui fonctionne et celle du marché qui est gelé est donné par :

$$W_{bc+m}^F - W_{bc+m}^G = \frac{S^2 - S'^2}{2R_0} \frac{1}{1-a} \frac{(1+\lambda)^2}{\lambda} = \frac{1}{2R_0(1-a)} \frac{(1+\lambda)^2}{\lambda} \Delta[S^2]$$

**Sous-cas 2.2 :** en dessous du seuil  $\lambda_1^G$  où tous les types sont financés dès lors que la banque centrale intervient, que le marché fonctionnait ou était gelé, l'écart de bien-être est donné, en remplaçant  $\theta_F^* = \theta_G^* = 1$  :

$$W_{bc+m}^F = \frac{1+a}{2} R_0 + (1+\lambda)S - \lambda R_0 \frac{1-a}{2}$$

$$W_{bc+m}^F - W_{bc+m}^G = (1+\lambda)(S - S') = (1+\lambda)\Delta S$$

**Sous-cas 2.3 :** sur la zone où le coût des fonds est compris dans l'intervalle  $[\lambda_1^G; \lambda_1^F]$ , tous les types sont financés dans le cas du marché qui fonctionne mais ce n'est pas le cas lorsque le marché était gelé. On a donc  $\theta_F^* = 1$  mais  $\theta_G^* = a + \frac{1+\lambda}{\lambda} \frac{S'}{R_0}$ .

La fonction de l'écart de bien-être sur cette zone est donc de :  $W_{bc+m}^F(\theta_F^* = 1) - W_{bc+m}^G(\theta_G^* = a + \frac{1+\lambda}{\lambda} \frac{S'}{R_0}) = (1+\lambda)S - \lambda R_0 \frac{1-a}{2} - \frac{S'^2}{2R_0} \frac{1}{1-a} \frac{(1+\lambda)^2}{\lambda}$

**Sous-cas 2.4 :** Intervention de la banque centrale mais non optimale lorsque le marché est gelé : ( $\lambda \geq \lambda_4$  ;  $\lambda < \lambda_2$ ).  $W_{bc+m}^F$  ne change pas mais lorsque le marché est gelé, l'intervention de la banque centrale se fait au seuil minimum  $\underline{\theta} = \frac{B}{R_0}$ . Par conséquent l'écart de bien-être est donné par la différence :

$$W_{bc+m}^F \left( \theta_F^* = a + \frac{1+\lambda}{\lambda} \frac{S}{R_0} \right) - W_{bc+m}^G \left( \theta_G^* = \frac{B}{R_0} \right)$$

$$= \frac{S^2}{2R_0} \frac{1}{1-a} \frac{(1+\lambda)^2}{\lambda} - \frac{\frac{B}{R_0} - a}{1-a} (1+\lambda)S + \lambda R_0 \frac{\left( \frac{B}{R_0} - a \right)^2}{2(1-a)}$$

**Cas 3 : Coexistence du marché et des interventions de la banque centrale ( $\lambda \geq \lambda_2$  ;  $\lambda < \lambda_3$ )**

Lorsque le marché était préalablement gelé, la banque centrale va pouvoir intervenir en augmentant le bien-être par rapport au statut quo (de manière non optimale) pour une valeur des fonds publics allant au-delà de l'unité. Toutefois, si le marché fonctionnait préalablement, sur cette zone de coût de fonds publics, il est optimal de laisser fonctionner le marché seul. La

zone de coût des fonds publics  $\lambda \in [\lambda_2; \lambda_3]$  est donc une zone où l'écart de bien-être est donné par  $W_l^F - W_{bc+m}^G$  ( $\theta_G^* = \frac{B}{R_0}$ ). En reprenant les résultats précédents :

$$W_l^F - W_{bc+m}^G = \frac{2S^2}{(1-a)R_0} - \frac{\frac{B}{R_0} - a}{1-a} (1+\lambda)S + \lambda R_0 \frac{\left(\frac{B}{R_0} - a\right)^2}{2(1-a)}$$

**Remarque :** dans le cas où l'ordre de  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  serait inversé (cas d'une crise majeure avec un surplus inférieur de la moitié à un surplus en période normale), soit  $\lambda \in [\lambda_3; \lambda_2]$ , l'écart de bien-être serait beaucoup plus important :

$$W_{bc+m}^F - W_l^G = \frac{S^2}{2R_0} \frac{1}{1-a} \frac{(1+\lambda)^2}{\lambda}$$

**Tableau récapitulatif des morceaux de la fonction d'écart de bien-être :**

Coût des fonds	Fonction d'écart de bien-être
$\lambda < \lambda_1^G$	$(1+\lambda)(S - S')$
$[\lambda_1^G; \lambda_1^F]$	$(1+\lambda)S - \lambda R_0 \frac{1-a}{2} - \frac{S'^2}{2R_0} \frac{1}{1-a} \frac{(1+\lambda)^2}{\lambda}$
$[\lambda_1^F; \lambda_4]$	$\frac{S^2 - S'^2}{2R_0} \frac{1}{1-a} \frac{(1+\lambda)^2}{\lambda}$
$[\lambda_4; \lambda_2]$	$\frac{S^2}{2R_0} \frac{1}{1-a} \frac{(1+\lambda)^2}{\lambda} - \frac{\frac{B}{R_0} - a}{1-a} (1+\lambda)S + \lambda R_0 \frac{\left(\frac{B}{R_0} - a\right)^2}{2(1-a)}$
$[\lambda_2; \lambda_3]$	$\frac{2S^2}{(1-a)R_0} - \frac{\frac{B}{R_0} - a}{1-a} (1+\lambda)S + \lambda R_0 \frac{\left(\frac{B}{R_0} - a\right)^2}{2(1-a)}$
$\lambda > \lambda_3$	$\frac{2S^2}{(1-a)R_0}$

## ANNEXE 7 : Illustration des gains de bien-être de l'intervention

**Illustration des différents niveaux de gain de bien-être lorsque la banque centrale intervient par rapport à un marché fonctionnant seul et non gelé :**

En prenant (par exemple)  $S = 1$  et  $R_0 = 5$  : variations du gain de bien-être de l'intervention lorsque le coût des fonds publics,  $\lambda$  et le niveau de contrôle des risques extrêmes,  $a$  varient :

$\lambda$	$a \text{ max}$
0,95	0,59
0,9	0,58
0,8	0,55
0,7	0,51
0,6	0,47
0,5	0,40
0,4	0,30
0,3	0,13
0,25	0,00
0,2	0,00
0,1	0,00
0,05	0,00

		Gain de bien-être							
$\lambda$		0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05
$a$	0,5	0,03							
	0,4	0,02	0,04						
	0,3	0,02	0,04	0,07					
	0,2	0,02	0,03	0,06	0,11				
	0,1	0,01	0,03	0,06	0,10	0,18			
	0	0,01	0,03	0,05	0,09	0,16	0,32	0,81	1,81

## ANNEXE 8 : Preuves des résultats de la politique macroprudentielle

### Annexe 8.1 : Preuve de la proposition 4

Lorsque la banque centrale intervient, la preuve est faite dans le cas général pour toutes les valeurs des types possibles. Le bien-être dépend à la fois de l'option de sortie et du niveau des risques extrêmes. On a calculé  $\max_{\theta} W(\theta, a)$ . On définit la fonction valeur  $W^*(a)$  qui dépend de  $\theta^*(a)$ . Le théorème de l'enveloppe indique comment  $W^*(a)$  varie lorsque  $a$  varie :

$$\frac{\partial W^*(a)}{\partial a} = \left[ \frac{\partial W_{bc+m}(\theta, a)}{\partial a} \right]_{\theta=\theta^*(a)}$$

$$\frac{\partial W^*(a)}{\partial a} = \frac{R_0}{2} + (1 + \lambda)S \frac{(1 - a)[\theta^*(a) - 1] + [\theta^*(a) - a]}{(1 - a)^2}$$

$$- \frac{\lambda R_0}{2} \frac{2(1 - a)[\theta^*(a) - 1][\theta^*(a) - a] + [\theta^*(a) - a]^2}{(1 - a)^2}$$

En l'appliquant aux points  $\theta^*(a) = 1$  ou à la solution intérieure  $\theta^*(a) = a + (1 + \frac{1}{\lambda})\frac{S}{R_0}$ , on trouve que le bien-être s'accroît lorsque le niveau de contrôle des risques extrêmes s'accroît :

$$\left[ \frac{\partial W(\theta, a)}{\partial a} \right]_{\theta=1} = \frac{(1 + \lambda)R_0}{2} > 0$$

$$\left[ \frac{\partial W(\theta, a)}{\partial a} \right]_{\theta=a+(1+\frac{1}{\lambda})\frac{S}{R_0}} = \frac{R_0}{2} + \frac{(1 + \lambda)^2 S^2}{2\lambda R_0 (1 - a)^2} > 0$$

Lorsque le marché est en autarcie, la variation du bien-être en fonction du seuil de contrôle de risque des actifs est donné directement par :

$$\frac{\partial W_l^G(a)}{\partial a} = \frac{R_0}{2} ; \quad \frac{\partial W_l^F(a)}{\partial a} = \frac{R_0}{2} + \frac{2S^2}{(1 - a)^2 R_0}$$

Ces deux dérivées sont positives, d'où un accroissement de bien-être lorsque le risque des actifs de dotation est plus restreint.

### Annexe 8.2 : Preuve de la proposition 5

Si  $2S \geq R_0$ , le marché en autarcie finance tous les types en l'absence de contrôle macroprudentiel. Donc,  $a = 0$  est optimal.

Si  $2S < R_0$ , le marché en autarcie ne peut pas financer tous les types en l'absence de contrôle macroprudentiel. La valeur de  $a$  dépend de la valeur du ratio  $\frac{2S}{R_0}$  :  $\theta_l = 1 \Leftrightarrow a^* = 1 - \frac{2S}{R_0}$ . Dans ce cas, tous les types sont financés. Compte-tenu de la borne supérieure pour la valeur du contrôle des risques extrêmes,  $a^* = \min\left(a^*, \frac{1}{2}\right) = \min\left(1 - \frac{2S}{R_0}, \frac{1}{2}\right)$ . Si  $a^* = \frac{1}{2}$  alors tous les types ne sont pas financés.

### Annexe 8.3 : Preuve de la proposition 6

Si  $\lambda \leq \frac{S}{R_0 - S}$ , la banque centrale et le marché financent tous les types en l'absence de contrôle macroprudentiel. Donc,  $a = 0$  est optimal.

Si  $\lambda > \frac{S}{R_0 - S}$ , la banque centrale et le marché ne peuvent pas financer tous les types en l'absence de contrôle macroprudentiel. La valeur de  $a$  dépend du coût des fonds publics et de la valeur du ratio  $\frac{S}{R_0}$  :  $\theta^* = 1 \Leftrightarrow a^* = 1 - \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \frac{S}{R_0}$ . Dans ce cas, tous les types sont financés. Compte-tenu de la borne supérieure pour la valeur du contrôle des risques extrêmes,  $a^* = \min\left(a^*, \frac{1}{2}\right) = \min\left(1 - \left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \frac{S}{R_0}, \frac{1}{2}\right)$ . Si  $a^* = \frac{1}{2}$ , alors tous les types ne sont pas financés. Dans tous les cas, le seuil de coût des fonds publics permettant de financer tous les types s'ajuste à  $\lambda_1^F(a^*)$ .

### Annexe 8.4 : Preuve de la proposition 7

Le marché est en autarcie lorsque le coût des fonds publics est supérieur au seuil  $\lambda_3$  de non intervention de la banque centrale pour un marché gelé. Par ailleurs, le marché est gelé lorsque  $aR_0 + 2S' < B$ .

Pour réanimer le marché, la valeur optimale du contrôle des risques extrêmes est :  $a^* = \frac{B - 2S'}{R_0}$ . Une fois que le marché est ranimé, la solution de la valeur optimale du contrôle des risques extrêmes est identique aux cas précédents, selon le coût observé des fonds publics et les valeurs relatives du surplus et du rendement nominal de l'actif de dotation.

Si la valeur  $a^*$  est supérieure à la borne de  $\frac{1}{2}$  pour la valeur de  $a$ , alors il n'est pas possible de ranimer le marché. Le mieux est de fixer  $a = \frac{1}{2}$  pour augmenter le bien-être d'une économie dans laquelle tous les financements seront en autarcie, ni la banque centrale ne pouvant intervenir ni le marché ne pouvant fonctionner.

## Bibliographie :

1. Abreu, D., & Brunnermeier, M. K. (2003). Bubbles and crashes. *Econometrica*, 71(1), 173-204.
2. Acharya, V. V., Gromb, D., & Yorulmazer, T. (2012). Imperfect competition in the interbank market for liquidity as a rationale for central banking. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 4(2), 184-217.
3. Acharya, V. V., & Yorulmazer, T. (2007). Too many to fail—An analysis of time-inconsistency in bank closure policies. *Journal of financial intermediation*, 16(1), 1-31.
4. Acharya, V. V., & Shin, H.S., & Yorulmazer, T. (2011). Crisis resolution and Bank liquidity. *The Review of Financial Studies* 24(6), 2166-2205.
5. Allen, F. (2014). How Should Bank Liquidity be Regulated?. *Speech at Federal Reserve Bank of Atlanta*.
6. Allen, F., & Gale, D. (1998). Optimal financial crises. *The journal of finance*, 53(4), 1245-1284.
7. Allen, F., & Gale, D. (2000). Financial contagion. *Journal of political economy*, 108(1), 1-33.
8. Allen, F., & Gale, D. (2004). Financial intermediaries and markets. *Econometrica*, 1023-1061.
9. Allen, F., & Gale, D. (2009). *Understanding financial crises*. OUP Oxford.
10. Alonso, R., & Matouschek, N. (2008). Optimal delegation. *The Review of Economic Studies*, 75(1), 259-293.
11. Armstrong, M., & Vickers, J. (2001). Competitive price discrimination. *RAND Journal of Economics*, 579-605.
12. Armstrong, M., & Vickers, J. (2010). Competitive non-linear pricing and bundling. *The Review of Economic Studies*, 77(1), 30-60.
13. Athey, S., Atkeson, A., & Kehoe, P. J. (2005). The optimal degree of discretion in monetary policy. *Econometrica*, 73(5), 1431-1475.
14. Bech, M. L., Klee, E., & Stebunovs, V. (2012) Arbitrage, liquidity and exit: The repo and federal funds markets before, during, and emerging from the financial crisis *Finance and Economics Discussion Series* Federal Reserve Board, Washington D.C.
15. Bergemann, D., & Morris, S. (2013). *An introduction to robust mechanism design*. Now.
16. Biais, B., Martimort, D., & Rochet, J. C. (2000). Competing mechanisms in a common value environment. *Econometrica*, 68(4), 799-837.
17. Blinder, A.S (2010) Quantitative Easing: entrance and exit strategies, *Federal Reserve Bank of Saint-Louis Review*.



18. Bolton, P., & Dewatripont, M. (2005). *Contract theory*. MIT press.
19. Bolton, P., Santos, T., & Scheinkman, J. A. (2009). Market and public liquidity. *The American Economic Review*, 99(2), 594-599.
20. Bolton, P., Santos, T., & Scheinkman, J. (2010). Inside and outside liquidity. *Quarterly Journal of Economic*.
21. Brunnermeier, M.K. & Pedersen, L.H. (2008) Market liquidity and funding liquidity. *Review of Financial Studies*, December.
22. Caballero, R. J., & Farhi, E. (2014). *The safety trap* (No. w19927). National Bureau of Economic Research.
23. Caballero, R. J., & Krishnamurthy, A. (2008). Collective risk management in a flight to quality episode. *The Journal of Finance*, 63(5), 2195-2230.
24. Calomiris, C. W., & Gorton, G. (1991). The origins of banking panics: models, facts, and bank regulation. In *Financial markets and financial crises* (pp. 109-174). University of Chicago Press.
25. Calomiris, C.W. (2016). Learning from the FED's QE experiment.
26. Caruana, J. (2014) Redesigning the central bank for financial stability responsibilities. *Speech on the occasion of the 135<sup>th</sup> Anniversary Conference of the Bulgarian National Bank*.
27. Cecchetti, S. G. (2008). Crisis and responses: the Federal Reserve and the financial crisis of 2007-2008 (No. w14134). National Bureau of Economic Research.
28. Coase, R. H. (1960). *The problem of social cost* (pp. 87-137). Palgrave Macmillan UK.
29. Cúrdia, V., & Woodford, M. (2010). Conventional and Unconventional Monetary Policy. *FEDERAL RESERVE BANK OF ST. LOUIS REVIEW*, 92(4), 229-64.
30. Curdia, V., & Woodford, M. (2011). The central-bank balance sheet as an instrument of monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, 58(1), 54-79.
31. Diamond, D. W., & Kashyap, A. K. (2015) Liquidity requirements, liquidity choice and financial stability. *NBER Working Paper*
32. Diamond, D. W., & Rajan, R. G. (2012). Illiquid Banks, Financial Stability, and Interest Rate Policy. *Journal of Political Economy*, 120(3), 552-591.
33. Farhi, E., & Tirole, J. (2012). Collective Moral Hazard, Maturity Mismatch, and Systemic Bailouts. *American Economic Review*, 102(1), 60-93.
34. Ferguson, N., Schaab, A., & Schularick, M. (2015). Central bank balance sheets: expansion and reduction since 1900.
35. Fischer, S. (1999). On the need for an international lender of last resort. *The Journal of Economic Perspectives*, 13(4), 85-104.
36. Freixas, X. & Rochet, J.C. (2008) Microeconomics of banking.

37. Friedman, M., & Schwartz, A. J. (1963). *A monetary history of the United States, 1867-1960*. Princeton University Press.
38. Fudenberg, D., & Tirole, J. (1991). Game theory, 1991. *Cambridge, Massachusetts*, 393.
39. Goodhart, C. A., & Huang, H. (2005). The lender of last resort. *Journal of Banking & Finance*, 29(5), 1059-1082.
40. Gorton, G., Lewellen, S., & Metrick, A. (2012). The Safe-Asset Share. *The American Economic Review*, 102(3), 101-106.
41. Gorton, G., & Metrick, A. (2012). Getting Up to Speed on the Financial Crisis: A One-Weekend-Reader's Guide. *Journal of Economic Literature*, 50(1), 128-150.
42. Gorton, G. B., & Muir, T. (2015). Mobile Collateral versus Immobile Collateral. Available at SSRN 2638886.
43. Gorton, G., & Ordonez, G. (2014). *How Central Banks End Crises*. Penn Institute for Economic Research, Department of Economics, University of Pennsylvania.
44. Hall, R.E & Reis, R., (2015) Maintaining central bank financial stability under new-style central banking, NBER Working paper series.
45. Holmström, B., & Tirole, J. (1998). Private and Public Supply of Liquidity. *The Journal of Political Economy*, 106(1), 1-40.
46. Holmström, B., & Tirole, J. (2001). LAPM: A liquidity-based asset pricing model. *the Journal of Finance*, 56(5), 1837-1867.
47. Holmström, B., & Tirole, J. (2011). *Inside and outside liquidity*. MIT press.
48. Illing, G. (1998). Mechanism Design for Central Banks—Results and Unsolved Issues. In *Current Issues in Monetary Economics* (pp. 27-51). Physica-Verlag HD.
49. Jeanne, O., & Korinek, A. (2013). *Macroprudential regulation versus mopping up after the crash* (No. w18675). National Bureau of Economic Research.
50. Jeanne, O., & Svensson, L. E. (2007). Credible commitment to optimal escape from a liquidity trap: The role of the balance sheet of an independent central bank. *The American Economic Review*, 97(1), 474-490.
51. Joyce, M., Miles, D., Scott, A., & Vayanos, D. (2012). Quantitative easing and unconventional monetary policy—an introduction. *The Economic Journal*, 122(564), F271-F288.
52. Jullien, B. (2000). Participation constraints in adverse selection models. *Journal of Economic Theory*, 93(1), 1-47.
53. Kehoe, T. J., & Levine, D. K. (2001). Liquidity constrained markets versus debt constrained markets. *Econometrica*, 69(3), 575-598.
54. Kiyotaki, N., & Moore, J. (2001). Evil is the Root of all Money (*Clarendon Lectures I*) (No. 110). *Edinburgh School of Economics, University of Edinburgh*.

55. Krishnamurthy, A., & Vissing-Jorgensen, A. (2011). The Effects of Quantitative Easing on Interest Rates: Channels and Implications for Policy. *Brookings Papers on Economic Activity*, 2011(2), 215-287.
56. Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1977). Rules rather than discretion: The inconsistency of optimal plans. *The journal of political Economy*, 473-491.
57. Laffont, J. J. (2001). Incentives and political economy. *OUP Catalogue*.
58. Laffont, J. J., & Martimort, D. (2009). *The theory of incentives: the principal-agent model*. Princeton university press.
59. Laffont, J. J., & Tirole, J. (1993). *A theory of incentives in procurement and regulation*. MIT press.
60. Malherbe, F. (2014). Self-Fulfilling Liquidity Dry-Ups. *The Journal of Finance*, 69(2), 947-970.
61. Martimort, D. (2006). Multi-contracting mechanism design. *Econometric Society Monographs*, 41, 57.
62. Martimort, D., & Rochet, J. C. (1999). Le partage public-privé dans le financement de l'économie. *Revue française d'économie*, 14(3), 33-77.
63. Martimort, D., & Semenov, A. (2006). Continuity in mechanism design without transfers. *Economics Letters*, 93(2), 182-189.
64. Martin, A., Skeie, D., & Von Thadden, E. L. (2014). Repo runs. *Review of Financial Studies*, 27(4), 957-989.
65. Maskin, E. S. (2008). Mechanism design: How to implement social goals. *The American Economic Review*, 98(3), 567-576.
66. Mas-Colell, A., Whinston, M. D., & Green, J. R. (1995). *Microeconomic theory* (Vol. 1). New York: Oxford university press.
67. Mishkin, F. S., & White, E. N. (2014). *Unprecedented actions: the Federal Reserve's response to the global financial crisis in historical perspective* (No. w20737). National Bureau of Economic Research.
68. Morris, S., & Shin, H. S. (2012). Contagious adverse selection. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 1-21.
69. Myerson, R. B. (2008). Perspectives on mechanism design in economic theory. *The American Economic Review*, 98(3), 586-603.
70. Philippon, T., & Skreta, V. (2012). Optimal Interventions in Markets with Adverse Selection. *The American Economic Review*, 102(1), 1-28.
71. Pigou, A. C. (1912). *Wealth and welfare*. Macmillan and Company, limited.
72. Repullo, R. (2005). Liquidity, Risk Taking, and the Lender of Last Resort. *International Journal of Central Banking*.

73. Rochet, J. C. (2008). Why are there so many banking crises. *The Politics and Policy of Bank Regulation*, 4-5.
74. Rochet, J. C., & Stole, L. A. (2002). Nonlinear pricing with random participation. *The Review of Economic Studies*, 69(1), 277-311.
75. Rochet, J. C., & Tirole, J. (1996). Interbank lending and systemic risk. *Journal of Money, credit and Banking*, 28(4), 733-762.
76. Sargent, T. J., & Wallace, N. (1981). Some unpleasant monetarist arithmetic. *Quarterly Review*, (Fall).
77. Sargent, T. J. (2011). Where to draw lines: stability versus efficiency. *Economica*, 78(310), 197-214.
78. Sargent, T. J. (2014). The evolution of monetary policy rules. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 49, 147-150.
79. Singh, M. M., & Stella, M. P. (2012). *Money and collateral* (No. 12-95). International Monetary Fund.
80. Stiglitz, J. E., & Weiss, A. (1981). Credit rationing in markets with imperfect information. *The American economic review*, 71(3), 393-410.
81. Tinbergen, J. (1952). On the Theory of Economic Policy. *Books (Jan Tinbergen)*.
82. Tirole, J. (2011). Illiquidity and all its friends.
83. Tirole, J. (2012). Overcoming adverse selection: How public intervention can restore market functioning. *The American Economic Review*, 102(1), 29-59.
84. Williamson, O. E. (1989). Transaction cost economics. *Handbook of industrial organization*, 1, 135-182.
85. Williamson, S. D. (2016). Scarce collateral, the term premium, and quantitative easing. *Journal of Economic Theory*, 164, 136-165.
86. Woodford, M. (1990). Public debt as private liquidity. *The American Economic Review*, 80(2), 382-388.
87. Woodford, M. (2012). Inflation targeting and financial stability (No. w17967). *National Bureau of Economic Research*.