

**La martingalisation des marchés financiers : l'efficacité  
informationnelle comme convention stochastique**

Christian WALTER

Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne  
Centre de recherche Philosophies contemporaines (EA3567)  
Professeur associé à l'IAE  
Directeur de la Chaire Ethique et finance de l'Institut Catholique de Paris

E-mail : [c.walter@icp.fr](mailto:c.walter@icp.fr)

Novembre 2012

Bâle 3 et Solvabilité 2 mettent aux normes les pratiques professionnelles financières. Cette mise aux normes passe par l'utilisation d'instruments de régulation comme par exemple les calculs du « *Best Estimate* » des provisions techniques des assureurs, notion qui constitue l'une des clés de voûte du nouveau régime prudentiel Solvabilité 2. Les règles à utiliser pour ce calcul (voir le site web de l'EIOPA, la nouvelle Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles) font apparaître l'importance déterminante des courbes de taux d'intérêt sans risque à base de dette souveraine. Le principe de base de l'usage de ces courbes de taux sans risque repose sur la condition de non existence d'arbitrage, dont la contrepartie mathématique est une forme particulière du processus aléatoire décrivant l'évolution des dettes, appelée martingale. Aujourd'hui, toutes les évaluations financières des engagements de passifs sont effectuées à partir de martingales avec une probabilité modifiée et des taux sans risque (*risk neutral valuation*). Loin d'être triviale, cette doctrine représente l'aboutissement d'un siècle de pensée théorique financière et s'appuie sur l'hypothèse entièrement reconstruite et renouvelée d'efficacité informationnelle d'un marché.

Cet article<sup>1</sup> revient sur l'histoire intellectuelle de cette mise aux normes. D'une part en suivant comment la pensée financière au XX<sup>e</sup> siècle a désenclavé les domaines initialement disjoints de la finance de marché, de la finance d'entreprise, et de la théorie de l'équilibre général en économie, pour aboutir à une intégration de ces trois mondes par la notion de noyau d'évaluation par le marché (*market pricing kernel*). La question du statut épistémologique de l'hypothèse d'efficacité informationnelle d'un marché est abordée en distinguant les énoncés théoriques généraux et les hypothèses auxiliaires qui permettent de les rendre réfutables. Mobilisant à la fois la notion keynésienne de convention et la notion duhemienne de convention, on introduit une nouvelle notion, celle de convention stochastique, et on propose d'interpréter l'hypothèse d'efficacité informationnelle comme une convention stochastique. Avec les hypothèses auxiliaires de martingale de carré intégrable et de noyau d'évaluation, cette convention stochastique est à l'origine de la martingalisation systématique des marchés qui opère toujours à travers les normes prudentielles européennes qui se réfèrent toujours à l'hypothèse d'efficacité informationnelle d'un marché dans les objectifs de transformation présentés en 2012 comme la directive Marchés instruments financiers (MIF).

## 1. L'hypothèse d'efficacité informationnelle d'un marché

Qualifié de « fondement de la théorie financière moderne » (Jacquillat et Solnik, 1997, p. 48), l'hypothèse d'efficacité d'un marché dans le sens informationnel, encore appelée « efficacité informationnelle d'un marché » ou « efficacité informationnelle d'un marché » est une définition théorique d'une notion polysémique dont les significations ont évolué au cours du temps. Nous commençons par préciser les contours de cette notion, puis abordons ensuite la question de ses variations au cours du temps.

---

<sup>1</sup> Certaines parties de ce texte sont des versions remaniées et mises à jour de Walter (2006a, 2006b) et Walter et Brian (2008).

L'hypothèse principale (efficacité informationnelle), non testable en soi, nécessite l'adjonction d'hypothèses auxiliaires pour transformer l'énoncé théorique en énoncé empiriquement réfutable. La typologie des quatre causes (Aristote) permet de clarifier les débats sur l'efficacité des marchés en classant les hypothèses auxiliaires par champ de recherche.

## **1.1 Contours de la notion de marché efficace**

Tout d'abord une question de vocabulaire : faut-il dire « marché efficient » ou « marché efficace » ? Nous commencerons par justifier un choix de traduction. Puis nous faisons apparaître les contenus multiples de cette notion.

### **a) Proposition d'une réforme terminologique**

Nous recommandons de traduire *informational efficiency* par « efficacité informationnelle » et *efficient market* par « marché efficace » (traductions utilisées en France au moment de l'introduction de la notion, puis abandonnées par la suite) plutôt que « efficacité informationnelle » et « marché efficient », pour deux raisons.

D'une part, parce que cette traduction permet de retrouver les résonances sémantiques du terme en français, qui disparaissent dans la transcription anglaise. L'usage d'une langue construit des associations d'idées qui exercent une influence sur le mode de pensée des chercheurs, car elles mettent en jeu des représentations affectives (Hagège, 1985). Ces associations peuvent être de deux ordres : sémantique ou phonétique (Hagège, 2012). Elles participent de la créativité scientifique des chercheurs, dans le sens où les représentations mentales qu'elles suggèrent appartiennent à l'intime de sa réflexion savante. En matière scientifique, les mots ne sont pas des « habits neutres pour les idées » (Lévy-Leblond, 1996), de simples « véhicules pour les idées scientifiques » (Brian, 2012) : les associations, voir même les lapsus ou les jeux de mots permettent à la créativité intellectuelle de s'exercer. Il existe une « heuristique des langues » (*Revue de Synthèse*, 2012) : les langues constituent des lieux de travail pour la recherche scientifique. Ainsi le mathématicien français Laurent Lafforgue (médaille Fields de mathématiques en 2002) déclarait-il que ce n'est pas parce que l'école mathématique française est mondialement réputée que les mathématiciens français peuvent continuer à publier en français dans des revues internationales, mais au contraire, c'est parce qu'ils continuent à pouvoir écrire en français que l'école française conserve son originalité et sa force.

Pour ces raisons affectives, les mots de la langue maternelle sont porteurs de représentations que ne peuvent pas atteindre les mots d'une autre langue, sauf à risquer une perte de densité du message scientifique. Au moment de l'invention d'une notion nouvelle, il est essentiel de la définir de manière la plus précise possible. Ainsi, lorsqu'on traduit *informational efficiency* et *efficient market* par « efficacité informationnelle » et « marché efficient », on ajoute à la confusion sémantique américaine (voir ci-dessous) une confusion propre à la traduction. Ce qui, selon nous, favorise les malentendus et, peut-être, est l'une des causes des débats européens sans fin sur l'efficacité des marchés.

L'une de ces résonnances sémantiques est l'analogie physique contenue dans cette notion : de la même manière que l'efficacité d'un moteur est sa capacité à transformer l'énergie contenue dans l'essence en travail utile, l'efficacité d'un marché dans le sens informationnel serait sa capacité à transformer de l'information en prix. De ce point de vue, un marché peut être plus ou moins efficace dans le sens où le prix peut intégrer plus ou moins d'information. Il peut exister une déperdition (un bruit) dans ce processus de transformation de l'information, et une question pertinente pourrait être celle du niveau d'efficacité du marché considéré, c'est-à-dire le « rendement » du marché à transformer de l'information. En d'autres termes, le marché fonctionne-t-il bien ? La notion d'efficacité totale (à 100%) peut alors être utilisée comme étalon pour apprécier la qualité de l'outil « marché » à transformer de l'information, et à comparer les marchés entre eux selon ce critère. Certains marchés peuvent être efficaces à 90%, d'autres à 20% (Campbell, Lo et MacKinlay, 1997). Il apparaît ainsi plus clairement en français que le marché est, selon la perspective ouverte par la notion d'efficacité informationnelle, considéré comme un outil – un mécanisme – à propos duquel on s'interroge sur sa plus ou moins grande efficacité.

D'autre part, et c'est la seconde raison, l'usage financier du terme « efficacité » permet de réserver celui de « efficient » à son sens français philosophique premier, celui de cause efficiente, qui désigne l'agent moteur d'un changement, ce qui produit réellement un effet, la cause d'une modification d'un état : ici, le fait que de l'information soit passée dans le prix. Nous utiliserons cette notion philosophique pour dire que le marché est informationnellement efficace car il est causalement efficient. L'efficacité d'un marché dans le sens informationnel sera comprise comme un effet de son efficience dans le sens causal.

C'est la raison pour laquelle nous recommandons d'adopter les termes français « efficacité » et « efficace » pour traduire *efficiency* et *efficient*, laissant les mots français « efficience » et « efficient » au vocabulaire philosophique.

## **b) Comment se pose la question : exemple de la valeur**

Prenons par exemple l'idée de juste valeur, dont la définition normée délivrée en 1998 par le comité des instances comptables internationales (IASB), constituant ce qui est devenue la norme comptable IAS 39, est : « la juste valeur d'un actif est le montant pour lequel il pourrait être échangé entre des parties bien informées et bien disposées, dans le cadre d'une transaction effectuée dans des conditions de concurrence normale ». Cette définition canonique associe juste valeur et idée de contractants bien informés. L'idée de l'efficacité informationnelle d'un marché que transporte cette norme est celle d'un accès possible au juste prix de l'actif échangé, à partir de l'agrégation des informations différenciées possédées par chacun des intervenants en situation d'échange. L'information relative à la vie des sociétés ou aux conditions économiques dans lesquelles s'exercent l'activité boursière et les transactions sur les marchés, est considérée comme l'ingrédient essentiel de l'hypothétique juste prix des actifs.

La juste valeur serait obtenue en retraçant une bonne information sur la société (ou sur l'actif considéré) au moyen d'un bon modèle d'évaluation. Si l'information est retracée par une fonction d'évaluation (notée  $f$ ) de la société ou de l'actif négocié sur le marché, alors :

$$\text{Juste valeur} = f(\text{informations})$$

Le juste prix est-il accessible par l'intégration de l'information ? Si la réponse est positive, cela signifie que, au moment de l'équilibre, lorsque le prix de l'échange est *market clearing* (littéralement, « vide le marché » des ordres d'achats et de ventes, des intentions d'échange, de l'échange en puissance), les actifs cotés sont correctement évalués, et l'on a la relation :

$$\text{Valeur boursière} = \text{juste valeur} = f(\text{informations})$$

L'information « bonne » sur la société est relative aux prévisions bien documentées qui peuvent être faites à partir de l'analyse économique et qui expriment les attentes des investisseurs – ce qui est appelé par les économistes l'hypothèse d'anticipations rationnelles. Dans ces conditions, l'efficacité informationnelle du marché paraît garantir la justesse du niveau du cours de bourse : en cela, le marché « marcherait » et représenterait un outil efficace de transformation de l'information en argent (d'où la terminologie).

Cette situation conduit à se poser une double question, l'une relative à la valeur de l'outil « marché » dans cette fonction de révélation de l'information, et l'autre relative à la valeur de l'outil « fonction d'évaluation ». D'une part, si de l'information passe dans les cours, encore faut-il qu'il s'agisse d'une information pertinente et utile, et non d'un bruit parasite. D'autre part, la fonction d'évaluation utilise généralement un modèle mathématique, du plus simple (règle de trois pour des bons du Trésor à taux fixe et à intérêt précompté) au plus complexe (calcul intégral-différentiel stochastique pour des produits dérivés). C'est en cela que contrairement à l'économie, domaine dans lequel les échanges s'effectuent la plupart du temps sans calculs, la finance est une activité professionnelle dans laquelle il n'y a pas d'échange sans calcul. Un consensus implicite de modélisation apparaît nécessaire pour que la transaction ait bien lieu. Ce consensus qui agit comme une convention d'évaluation réside au cœur de l'idée d'efficacité informationnelle.

Considérons alors l'énoncé « le marché n'est pas informationnellement efficace ». Lorsque l'on évoque la défaillance de l'efficacité informationnelle du marché, que veut-on précisément signifier ? Plusieurs réponses sont également possibles : l'information disponible utilisée n'était pas pertinente; l'information pertinente utilisée n'a pas été correctement traitée par les opérateurs; l'information était pertinente et correctement traitée, mais les modèles d'évaluation étaient non valides; les modèles d'évaluation étaient valides mais il est apparu un problème de coordination entre les agents; l'arbitrage n'a pas été aussi efficace que prévu et le cours reste à un niveau déraisonnable etc.

La notion d'efficacité informationnelle d'un marché comprend donc plusieurs aspects, selon que l'on fait référence aux contenus informationnels du cours de bourse, à la manière dont ce cours est obtenu par agrégation d'informations différenciées, aux modèles d'évaluation des actifs que les agents utilisent dans leur appréciation du cours, ou bien encore à la finalité même de l'échange boursier : juste répartition des ressources et des risques entre les agents. Pour débattre de l'efficacité informationnelle d'un marché, il est nécessaire de préciser de quel contenu il s'agit, quel aspect du marché fonctionne et quel autre ne fonctionne pas.

## 1.2 Questions épistémologiques

D'un point de vue épistémologique, cette imbrication entre l'hypothèse théorique principale d'efficacité informationnelle et les hypothèses théoriques auxiliaires fait de l'hypothèse d'efficacité informationnelle d'un marché un énoncé non testable en tant que tel : c'est le problème épistémologique de l'hypothèse auxiliaire (*joint hypothesis*).

### a) Le problème de l'hypothèse auxiliaire

Dans les travaux de recherche en finance, la non testabilité (ou caractère non réfutable) de l'hypothèse d'efficacité informationnelle a été relevée plusieurs fois. Par exemple, en 1989, Stephen LeRoy énonçait qu'« aucun test (statistique) ne peut trancher la question de l'efficacité informationnelle d'un marché » (LeRoy, 1989, p. 1593). En 1996, nous écrivions que, si l'on considère l'énoncé de l'hypothèse d'un point de vue général, alors « le postulat de représentativité informationnelle des prix cotés n'est pas, en tant que tel, vérifiable expérimentalement. Pour savoir si le prix coté correspond au prix d'équilibre théorique [...] et donc si le marché est bien informationnellement efficace, il faut adjoindre à ce postulat une précision complémentaire sur la manière dont on conçoit cette représentativité » (Walter, 1996, p. 894). Par exemple, « le concept d'efficacité informationnelle est pensé à l'aide d'hypothèses probabilistes [...]. Cette association entre efficacité informationnelle et loi de probabilité répond seulement à la nécessité de rendre le concept réfutable, de le transformer en énoncé scientifique » (*id.*, p. 898). Ainsi, l'hypothèse d'efficacité informationnelle d'un marché ne peut être mise à l'épreuve statistiquement sans que l'on y adjoigne une autre hypothèse, appelée pour cette raison hypothèse auxiliaire. Sans cette hypothèse auxiliaire, l'hypothèse d'efficacité informationnelle reste à l'état d'énoncé général ou d'incantation idéologique, et ne peut permettre aucune interprétation économique ou financière.

Ce problème est connu en épistémologie sous le nom de problème de Duhem-Quine (quoique les deux thèses de Duhem et de Quine soient légèrement différentes) : toute mise à l'épreuve statistique d'une hypothèse scientifique nécessite l'adjonction d'hypothèses auxiliaires. Dans le cas de l'efficacité informationnelle, ces hypothèses auxiliaires peuvent concerner la spécification du processus aléatoire des cours ou celle du processus des dividendes, mais aussi le choix d'un modèle d'évaluation ou encore d'un modèle d'agrégation d'information.

Si l'on choisit comme hypothèse auxiliaire celle du processus aléatoire, alors cela conduit à une imbrication entre notion d'efficacité informationnelle et spécification d'un modèle probabiliste particulier pour la dynamique boursière (comme indiqué plus haut). Si l'on choisit comme hypothèse auxiliaire celle du modèle d'évaluation, alors « toute implication testable de l'hypothèse d'efficacité informationnelle nécessite des restrictions sur le comportement du taux d'actualisation et des dividendes » (Challe, 2008, p. 36). La définition classique de Fama (1970) paraît tautologique si l'on oublie les hypothèses auxiliaires, en particulier préciser la manière dont la rentabilité attendue est calculée. Cette rentabilité attendue doit être obtenue par un modèle d'évaluation particulier, ce que Fama lui-même rappellera vingt-et-un ans plus tard, en 1991 : « la notion d'efficacité informationnelle des marchés et la question de l'évaluation des actifs financiers sont indissociables » (Fama, 1991, p. 1576). L'hypothèse d'efficacité informationnelle est impossible à valider ou à invalider empiriquement sans une précision apportée par un modèle d'évaluation. Tester l'efficacité informationnelle revient alors à tester un modèle particulier d'évaluation.

L'une des conséquences de cette nécessité d'adjoindre une hypothèse auxiliaire à l'hypothèse d'efficacité informationnelle pour la rendre testable peut être un rejet à tort de l'hypothèse d'efficacité informationnelle là où il n'y a qu'invalidation de l'hypothèse auxiliaire. Considérons par exemple l'hypothèse auxiliaire du choix de l'aléa. L'idée d'efficacité informationnelle d'un marché est une construction *a posteriori* effectuée à partir d'une interprétation économique de résultats statistiques validant – croyait-on à l'époque – une autre hypothèse, celle d'un mouvement brownien des rentabilités cumulées. Cette association erronée entre hypothèse principale d'efficacité informationnelle et hypothèse auxiliaire de mouvement brownien a conduit à une forme particulière d'efficacité informationnelle que nous avons appelée la « forme gaussienne de l'efficacité informationnelle » (Walter, 1994). Mais si l'aléa choisi pour tester l'hypothèse d'efficacité informationnelle est un mouvement brownien et que le processus aléatoire des rentabilités n'est pas brownien, alors on rejettera à tort l'hypothèse d'efficacité informationnelle : « l'imbrication entre efficacité informationnelle et loi de probabilité [...] conduit bien souvent à rejeter l'efficacité informationnelle là où il n'y a que mauvaise spécification du processus stochastique » (Walter, 1996, p. 896). De fait, l'hypothèse auxiliaire brownienne a occulté l'hypothèse principale d'efficacité informationnelle, a pris sa place sur le devant de la scène financière au point que, après le krach de 1987, la presse économique titrait : « l'hypothèse d'efficacité informationnelle était une bonne idée, puis vint le krach ». Alors qu'une hypothèse auxiliaire de processus aléatoire à sauts pouvait rendre compte du phénomène de rupture boursière tout en maintenant l'hypothèse principale d'efficacité informationnelle. On pouvait donc sauver l'hypothèse principale en abandonnant l'hypothèse secondaire brownienne. C'est la raison pour laquelle nous écrivions « une fois comprise la manière dont la loi de Gauss restreignait les capacités de variabilité des marchés, et donc l'efficacité informationnelle elle-même, il devenait possible de reconsidérer l'efficacité informationnelle, mais sans la restriction gaussienne [en sorte que] ce sont les origines probabilistes mêmes du concept (...) qui permettront peut-être de [le] sauver, malgré la violation par les marchés du cadre probabiliste initial dans lequel il fut conçu » (Walter, 1996, p. 905).

Le rejet de l'hypothèse auxiliaire n'implique donc pas le rejet de l'hypothèse principale d'efficacité informationnelle en tant que telle. Au contraire, la précision de l'hypothèse d'efficacité informationnelle par son hypothèse auxiliaire permet de maintenir le concept principal (marchés efficaces dans le sens informationnel) une fois celui-ci délogé de son enchâssement probabiliste. C'est le principe de la « convention » au sens de Duhem puis Quine : l'impossibilité de rejeter une hypothèse principale par violation d'une hypothèse auxiliaire, ce qui permet de maintenir l'hypothèse principale comme programme scientifique de recherche.

Le problème de l'hypothèse auxiliaire fait apparaître le caractère intriqué des différents éléments composant les contenus de la notion d'efficacité informationnelle d'un marché. Nous avons proposé (Walter, 2006b) de classer les domaines des hypothèses auxiliaires par la typologie des quatre causes introduite par Aristote.

### **b) Classement des hypothèses auxiliaires par la typologie d'Aristote**

Selon cette typologie, tout phénomène peut être analysé au moyen de quatre causes distinctes, qui sont comme quatre projections du phénomène suivant l'axe de l'un de ses aspects, quatre éclairages complémentaires de la globalité du phénomène, chacune des causes caractérisant un type d'articulation entre le phénomène et son environnement. Ces quatre causes sont respectivement : la cause matérielle, définie comme ce à partir de quoi quelque chose advient et qui demeure dans la chose même; la cause formelle, définie comme ce à l'image de quoi quelque chose advient; la cause efficiente, définie comme ce par quoi quelque chose advient, le principe du mouvement qui fait passer l'objet d'un état potentiel (en puissance) à un état réel, ou « actuel » (en acte); la cause finale, définie comme ce en vue de quoi quelque chose advient. Appliquons cette typologie sur le concept d'efficacité informationnelle d'un marché, afin d'examiner comment il se diffracte sur chacune de ces causes, et comment se présentent les termes du débat avec cette grille d'analyse.

Les quatre causes de l'efficacité informationnelle se définissent comme suit (voir tableau) : l'information est la cause matérielle de l'efficacité informationnelle; l'arbitrage en est la cause efficiente; le modèle d'évaluation la cause formelle; le juste prix des actifs la cause finale. Nous complétons ces définitions avec deux précisions complémentaires : une cause de l'efficacité informationnelle sera antérieure ou bien postérieure, et le cours d'équilibre de l'efficacité informationnelle sera en puissance ou bien en acte.

Précisons maintenant ces quatre définitions. La matière première du cours de bourse (ce à partir de quoi le cours de bourse se forme) est l'information, qui demeure dans le cours une fois la cotation effectuée : comme le disent les boursiers au moment où une nouvelle financière a été intégrée par le marché, « l'information est dans les cours ». C'est la raison pour laquelle nous disons que l'information est la cause matérielle de l'efficacité informationnelle. C'est une cause antérieure dans la mesure où elle préexiste à la cotation : d'une certaine manière, c'est un cours d'équilibre en puissance, ceci tant qu'elle n'est pas utilisée par les opérateurs au cours d'un arbitrage. Elle concerne donc l'efficacité informationnelle *ex ante*. En revanche, une fois que l'arbitrage a été effectué, le cours

d'équilibre devient effectif (ou actuel, en acte), et ceci est rendu possible car les opérateurs ont appliqué un modèle d'évaluation pour intervenir sur le marché, en vertu duquel ils ont estimé que le titre était sous-évalué ou surévalué.

Du point de vue de la théorie aristotélicienne des formes, la forme interne du cours de bourse est constituée par la structure mathématique du modèle d'évaluation. C'est l'effet réflexif des modèles : le cours de bourse prend la forme qui lui est donnée par le modèle d'évaluation, qui se reflète dans le cours. C'est la raison pour laquelle nous disons que le modèle d'évaluation est la cause formelle de l'efficacité informationnelle. C'est une cause postérieure car elle concerne un cours de bourse une fois l'équilibre atteint, soit l'efficacité informationnelle *ex post*.

Cette utilisation du modèle et de l'information présuppose cependant que le mécanisme de coordination des attentes des agents fonctionne correctement, en d'autres termes que l'arbitrage soit possible et efficace. L'arbitrage est le mouvement qui fait passer le cours de bourse d'une valeur potentielle (le cours d'équilibre en puissance) à sa valeur réelle (le cours d'équilibre en acte), et en cela représente l'agent moteur de l'équilibre, ce par quoi l'équilibre advient. C'est la raison pour laquelle nous disons que l'arbitrage est la cause efficiente de l'efficacité informationnelle. C'est une cause antérieure car elle se situe en amont du cours d'équilibre. C'est pourquoi nous disons qu'un marché est informationnellement efficace car il est causalement efficient.

Enfin, la raison d'être d'un marché boursier est la bonne répartition des ressources et des risques dans l'économie, ce que permet un prix « juste », dans lequel la justesse financière rejoint l'allocation optimale des ressources de la macroéconomie. C'est la raison pour laquelle nous disons que ce juste prix représente la cause finale de l'efficacité informationnelle, ce pour quoi (ce en vue de quoi) le marché existe. C'est une cause postérieure dans la mesure où elle concerne le cours de bourse une fois l'équilibre atteint (ou cours de bourse effectif).

Chacune des causes de l'efficacité informationnelle correspond à un domaine de recherche en théorie économique ou financière. La cause matérielle est le champ de l'étude des contenus de l'information, à laquelle se rattachent les travaux sur la comptabilité et l'impact des signes émis par l'entreprise en direction du marché. La cause formelle est le territoire de la finance mathématique et des modèles d'évaluation des actifs financiers. La cause efficiente est le domaine de l'étude de la manière par laquelle le marché s'arbitre, incluant les problèmes de coordination des agents et les travaux sur la microstructure des marchés, mais aussi l'ensemble des modèles d'interaction sociale, de mimétisme et plus généralement toute modélisation de l'équilibre à partir d'hypothèses de comportements d'agents. La cause finale renvoie à la relation entre efficacité informationnelle et efficacité allocative des marchés, c'est-à-dire aux débats sur la régulation financière et au bon fonctionnement des marchés boursiers.

Suivant cette typologie, à quoi correspondrait une défaillance de l'efficacité informationnelle d'un marché ? Selon la cause matérielle, cela signifierait que l'information produite n'est pas fiable, qui conduirait à une crise de confiance des

opérateurs : la confiance dans la qualité de l'information est en effet indispensable au bon fonctionnement d'un marché et l'affaire Enron représente une bonne illustration de ce problème informationnel. Selon la cause formelle, cela signifierait que les modélisations mathématiques ont été invalidées par la morphologie du phénomène financier. La notion de risque de modèle trouve ici sa place, et la crise financière récente illustre le problème posé par le risque de modèle. Selon la cause efficiente, cela voudrait dire que des comportements d'agents déraisonnables (mimétisme rationnel, autres) ont conduit à un mouvement de marché inexplicable, ou bien que l'arbitrage n'a pas fonctionné. Selon la cause finale, cela signifie que le marché est inefficace au sens de la macroéconomie, dans la mesure où, par exemple, la volatilité élevée de l'équilibre est sous-optimale pour l'allocation des ressources.

Autrement dit, un marché peut être efficace au sens informationnel selon certaines de ses causes, et non efficace selon d'autres. Il est nécessaire de garder présente à l'esprit cette précision quand on évoque la défaillance de l'efficacité informationnelle des marchés boursiers.

Cause	Champ de l'hypothèse auxiliaire	Formation du cours d'équilibre	Type de cause	L'efficacité informationnelle
Matérielle	Information	<i>Ce à partir de quoi le cours d'équilibre advient</i>	Antérieure	L'efficacité informationnelle <i>en puissance</i>
Formelle	Modèles	<i>Ce à l'image de quoi le cours d'équilibre advient</i>	Postérieure	L'efficacité informationnelle <i>en acte</i>
Efficiente	Arbitrage	<i>Ce par quoi</i> Le cours d'équilibre advient	Antérieure	<i>Ce par quoi</i> l'efficacité informationnelle en puissance se réalise
Finale	Juste valeur, juste répartition des ressources et des risques	<i>Ce pour quoi</i> Le cours d'équilibre advient	Postérieure	<i>Ce pour quoi</i> l'efficacité informationnelle en puissance se réalise

## b) La mise en place d'un programme de recherche

La notion de programme de recherche a été introduite par Imre Lakatos pour décrire le fonctionnement de la science, en réponse à la controverse entre Thomas Kuhn et Karl Popper sur la manière dont progresse le savoir scientifique. Un programme de recherche se caractérise par une hypothèse principale, un noyau dur théorique (*hard core*) que l'on n'attaque pas, et des hypothèses auxiliaires dont l'utilité est de spécifier l'hypothèse théorique principale pour la rendre testable, mais qui peuvent être abandonnées en cas de violation par l'expérience (ce qui pose le problème de la « base empirique » que nous n'aborderons pas ici). Le changement d'hypothèse auxiliaire permet de sauver le noyau dur par déplacement du problème (*problem shift*).

Alors que l'hypothèse d'efficacité informationnelle résultait de mises en évidence empiriques jusqu'en 1976, cette hypothèse devient l'origine des programmes d'ingénierie

financière destinés à mettre en place les outils de calculs des prix des actifs et des doctrines économiques sous-tendant les textes de régulation financière. Ce basculement autour des années 1970 correspond à un changement de statut épistémologique de l'hypothèse d'efficacité informationnelle des marchés : de *causé* en 1976, ce concept devient *causant* à partir de 1976, dans la mesure où il conditionne la modélisation des variations boursières et le choix des modèles d'évaluation (Walter, 2003). C'est en cela que l'hypothèse d'efficacité informationnelle peut s'analyser comme un programme de recherche au sens de Lakatos : un noyau dur structurant les travaux de recherche, complété par des hypothèses auxiliaires relatives au processus aléatoire des cours, à l'évaluation des actifs et des passifs, aux mécanismes de coordination des attentes des agents et d'agrégation d'information.

Précisons cette chronologie. La première période de l'hypothèse d'efficacité informationnelle est celle d'une ambiguïté conceptuelle. Cette ambiguïté, qui constitue un obstacle à la clarification des débats et conduit parfois à un blocage des controverses sur des situations intellectuelles sans issue, provient de l'imprécision initiale de sa définition théorique, introduite formellement en 1965 par Fama, mais très vite complétée et amendée entre 1965 et 1976 par le même auteur qui en donnera trois versions différentes en dix ans. Parallèlement, une autre approche vit le jour avec Jensen en 1978. Cette polysémie originelle de l'hypothèse théorique d'efficacité informationnelle d'un marché *per se* a conduit Patrick Roger à estimer que la définition de l'efficacité informationnelle était « providentielle pour les chercheurs et les professionnels car chacun peut l'interpréter comme bon lui semble » (Roger, 1988, p. 50), transformant l'efficacité informationnelle en « concept évanescent à la portée opératoire limitée » (Challe, 2008, p. 29). Cette période de flottement issue du premier groupe de définitions s'achève sur le paradoxe de Grossman et Stiglitz (1980).

La reconstruction rationnelle de la finance opérée autour de la notion d'absence d'arbitrage, dans les années 1980, ouvre la voie à un second groupe de définitions et permet aux deux approches initiales de se rejoindre, dans une même compréhension qui unit évaluation financière et évolution des cours actualisés selon des martingales. Dans cette seconde période, de 1976 à 2000, la notion d'efficacité informationnelle est entièrement reconstruite à partir de la condition de non existence d'arbitrage (*absence of opportunity of arbitrage* – AOA) et se réfère à un nouvel ensemble d'énoncés articulés sur l'idée de marché arbitré. L'hypothèse de non existence d'arbitrage déterminera à partir de 1981 les choix de représentations probabilistes des fluctuations boursières qui utiliseront toutes des modèles de martingales sur les prix actualisés. Les définitions de Fama trouvent leur aboutissement formel dans la spécification de Harrison et Kreps (1979) puis Harrison et Pliska (1981), tandis que l'interprétation de Jensen (1978) s'accomplit dans les spécifications de Long (1990) et Geman, El Karoui et Rochet (1995). La correspondance entre ces deux cadres conceptuels est effectuée par un changement de probabilité, ce qu'exprime la définition de Karatzas et Shreve (1998), qui achève de comprendre de manière moderne l'assertion de Bachelier (1900) selon laquelle « l'espérance mathématique du spéculateur est nulle ». Les apories intellectuelles des débats des années 1970 sont levées.

Il se produit alors un renversement complet de perspective. Tandis que la première hypothèse d'efficacité informationnelle (1959 – 1976) répondait au besoin intellectuel de justifier économiquement le modèle de marche au hasard gaussienne, la seconde hypothèse d'efficacité informationnelle (1976 – 2000) est posée d'emblée comme objectif théorique d'organisation des marchés, avec des hypothèses auxiliaires pour la modélisation financière : modèles d'évaluation à base de noyau (*pricing kernel*) et martingales de carré intégrable. Les hypothèses auxiliaires (modèle probabiliste et modèle d'évaluation) deviennent les instruments de la mise en ordre des marchés, leur martingalisation. Pour rendre les marchés informationnellement efficaces, on va chercher à les martingaliser. Dans les années 1990 et au tournant des années 2000, cette martingalisation est mise en œuvre par la régulation financière qui élabore des normes professionnelles de plus en plus contraignantes, en particulier à travers les réglementations issues des travaux du comité de Bâle (pour les banques) et de la commission européenne (pour les compagnies d'assurance). La doctrine de la récente directive européenne « Marchés et instruments financiers » (MIF) montre à quel point cette hypothèse opère encore en 2012 dans les textes des régulateurs européens comme une notion théorique centrale vers laquelle les marchés réels doivent tendre.

## **2. La crise de l'hypothèse d'efficacité informationnelle**

La mise en évidence d'écart entre prix de marché coté et valeur recalculée (soit la question des bulles spéculatives) fut à l'origine d'une controverse sur la validation de l'hypothèse d'efficacité informationnelle. Si c'est par l'action d'opérateurs informés que le prix coté peut contenir de l'information sur l'économie réelle, en supposant que ces opérateurs interviennent en évaluant le prix futur de l'actif selon un modèle particulier, puis en arbitrant le marché, alors quelque chose semblait ne pas fonctionner dans la mise en évidence de la valeur par le marché. Dans les années 1980, les débats se sont déplacés (*problem shift*) vers la recherche d'explications des écarts constatés, au moyen d'hypothèses auxiliaires qui ne remettaient pas en cause l'hypothèse principale d'efficacité informationnelle. En cela, selon la terminologie de Popper, les universitaires américains eurent recours à des « stratagèmes conventionnalistes » (Popper, 1985, p. 65). L'on se rappelle que les hypothèses auxiliaires ont pour objectif de sauver l'hypothèse principale d'efficacité informationnelle. Le plan de sauvetage théorique fonctionna puisque l'hypothèse d'efficacité informationnelle continua d'être à l'origine de la fabrique des marchés financiers (directive MIF de 2012).

Les hypothèses auxiliaires furent relatives à la calculabilité de la valeur, à la rationalité des attentes des agents et à l'agrégation de l'information dans les prix.

### **2.1 Les anomalies de valeur**

Le concept de valeur fondamentale tel que les professionnels l'entendent et l'emploient quotidiennement dans leurs activités et calculs financiers, sert souvent de référent de juste valeur. Issue du principe selon lequel une entreprise vaut fondamentalement ce qu'elle va rapporter à ses actionnaires (c'est la logique dite d'entreprise d'un investissement,

opposée à la logique dite de spéculation), cette démarche analytique consiste à calculer une valeur actuelle de flux futurs de revenus que vont procurer les actions à leur détenteur (leur propriétaire : l'actionnaire), c'est-à-dire à faire émerger un nombre particulier à partir des représentations financières de l'entreprise, une référence normative de sa valeur. Il existe généralement un écart entre les cours de bourse cotés sur le marché et les valeurs des sociétés qui sont estimées à partir des données provenant des entreprises et calculées par la méthode des flux de revenus futurs actualisés. La plupart du temps, cet écart est considéré comme normal et naturel (car il existe toujours des informations sur les entreprises non disponibles sur le marché).

Dans certains cas, lorsque cet écart prend des proportions importantes, quand il apparaît un éloignement de plus en plus grand entre des critères d'investissement des opérateurs et la valeur dite intrinsèque des sociétés, on parle de « bulle spéculative ». Dans ces contextes, par rapport à un modèle d'évaluation et une information économique donnés, il semble que le marché n'a pas rempli son rôle de diffusion de l'information, comme si le mécanisme de l'échange s'était révélé inefficace, comme si quelque chose avait parasité ce mécanisme. De là l'idée apparue au début des années 1980 : étudier les écarts observés entre le cours de bourse coté et la valeur dite fondamentale recalculée à partir de l'égalité des flux actualisés. Tout écart à la valeur recalculée est devenu un signe suspect, la trace louche, que « quelque chose » ne fonctionnait pas dans le marché boursier.

## **2.2 La résolution de la crise**

Cette mise en évidence d'écarts anormaux en regard de l'hypothèse d'efficacité informationnelle conduisit à distinguer dans la valeur boursière deux composantes : une composante de valeur fondamentale correspondant à la valeur recalculée avec l'hypothèse d'efficacité informationnelle d'une part et une composante complémentaire issu d'un mécanisme générateur de valeur excessive d'autre part. L'écart à la valeur fondamentale recalculée fut qualifié de bulle rationnelle ou d'impact irrationnel selon que l'hypothèse d'anticipations rationnelles était conservée ou non.

Ces débats et les positions intellectuelles qui y sont prises ne sont pas indépendants des hypothèses probabilistes utilisées dans la définition de la notion d'efficacité informationnelle d'un marché. Par exemple, les qualifications des bulles dépendent du choix du processus aléatoire utilisé pour représenter l'évolution de la valeur (Challe, 2008, p. 41). Les cadres du raisonnement probabiliste ont une influence sur les attentes des agents. Dans le cas de la valeur fondamentale, le choix d'une modélisation brownienne a pour effet de consolider une normalité accordée au phénomène économique et une anomalie renvoyée à un artefact financier (Walter, 2004). Comme nous le disions plus haut, l'hypothèse auxiliaire du choix d'un aléa peut conduire à rejeter l'efficacité informationnelle alors qu'il n'y a qu'invalidation de l'hypothèse probabiliste.

### **a) Deux explications différentes des anomalies**

La disjonction supposée entre cours de bourse observé et valeur fondamentale recalculée fut profondément examinée dans la littérature spécialisée sous deux angles différents. La première approche partit de l'équation d'évaluation rationnelle d'une action, en considérant qu'elle conduisait en fait, non pas à une unicité mais à une multiplicité de prix d'équilibre, tous également acceptables en regard de l'égalité de la valeur fondamentale, et qui tous pourraient conduire à des cours de bourse très éloignés de la valeur dite fondamentale, alors même que cet éloignement demeurerait rationnel dans le sens précis où toute l'information pertinente serait rationnellement utilisée par les acteurs des marchés. Les attentes des agents restent ici rationnelles, même si elles incluent d'autres éléments que les seuls indicateurs économiques fondamentaux de l'entreprise. Cet approfondissement de la compréhension de la forme des solutions fut à l'origine du courant de recherche sur les bulles dites rationnelles :

$$\text{Valeur boursière} = \text{valeur fondamentale} + \text{bulle rationnelle}$$

La deuxième approche considéra que le cours de bourse était différent de ce qu'il aurait dû être à cause de la présence active et nocive d'autres intervenants mal informés sur la réalité économique et commerciale de l'entreprise examinée, ou bien (c'est une variante) n'en ayant cure et n'intervenant que sur la base de rumeurs ou de bruits, qui parasiteraient par leurs achats et leurs ventes non fondés les achats et les ventes des investisseurs avisés, donc les cotations. Le cours devenait alors incertain car il résultait d'arbitrages faussés entre des opinions majoritaires diverses, voire successives. De tels opérateurs étaient des « bruiteurs » à double titre, comme causeurs de bruits, d'interventions intempestives, de rumeurs qui ne seraient pas conformes aux signaux émis par les entreprises, et comme facteurs de bruitage, au sens technique cette fois, des variations boursières (*noise traders*).

Dans les années 1990, certaines analyses se sont engagées dans la modélisation et l'étude de l'impact des bruits (le bruit étant compris comme une information sans valeur) sur la volatilité des cours de bourse et l'opposition entre information et bruit est devenue une figure rhétorique classique de la critique de l'efficacité informationnelle des marchés. Ces modèles canoniques du poids des opérateurs parasites sur la volatilité boursière (De Long *et al.*, 1990a, 1990b; Shleifer et Summers, 1990) formalisent l'idée que ceux qui interviennent sans se préoccuper des facteurs fondamentaux de la rentabilité des entreprises ajoutent au risque « normal » de la détention d'actions de l'entreprise, un risque « anormal » qui serait produit par leur seule présence.

Les fluctuations boursières, et donc la volatilité qui en résulte, peuvent dans ce cas être décomposées en deux : d'une part, la composante relative aux caractéristiques propres de l'entreprise, appelée dans ces modèles « fluctuations liées aux facteurs fondamentaux » (*fundamental risk*) et celle qui ne provient que du parasitage de la valeur par les bruiteurs du marché, appelée « fluctuations sans rapports avec les facteurs fondamentaux » (*noise trader risk*). Tout écart à la valeur dite fondamentale est alors qualifié de parasitage de cette valeur par des trouble-fête du marché boursier, qui interviendraient sans considérer la valeur supposée authentique de l'entreprise, et qui dès lors, non contents d'être

*bruiteurs*, se révéleraient *bruyants* tant on n'entendrait qu'eux. L'égalité se transformait alors en :

$$\text{Valeur boursière} = \text{valeur fondamentale} + \text{parasitage des bruits}$$

Dans ce schéma, la répartition des forces sur une place donnée, entre les deux types d'agents, entre ces deux styles d'interventions, gouverne le régime de la place. Elle est souvent pensée de manière assez manichéenne en termes de conflits entre deux tendances (Walter, 2004), celle des « bons investisseurs » et celle des « méchants spéculateurs », le fonctionnement « efficace » du marché reposant en pratique sur la capacité des « bons » à arbitrer efficacement les cours. On reconnaît ici l'argument de Friedman selon lequel l'arbitrage des investisseurs bien informés quant aux caractéristiques des entreprises et sur la réalité du contexte économique sous-jacent suffirait à éliminer la mauvaise influence de ceux qui ne s'intéressent pas à ces réalités.

Dans le cas où les deux types d'agents interviennent simultanément sur le marché, il est nécessaire, pour que le prix coté reflète bien la valeur de l'entreprise, que les intervenants à vocation entrepreneuriale (les « bons investisseurs ») forment une masse suffisante face aux bruiteurs (les « méchants spéculateurs »). Dans cette grille d'analyse, la proportion et le poids d'investisseurs adéquatement informés sur la réalité économique des entreprises devient un paramètre important du modèle d'efficacité informationnelle, un enjeu social de tensions entre eux. Si la proportion de ce type d'investisseurs diminue, il est vraisemblable que le marché sera conduit par d'autres forces, plus proches des comportements collectifs de réputation, voire du type mimétique, que par l'évaluation de l'activité concrète des sociétés. On parlera alors d'exubérance irrationnelle (Shiller, 2000).

### **b) Des stratagèmes conventionnalistes ?**

Le point commun entre ces deux explications était de chercher à sauver l'hypothèse d'efficacité informationnelle. Soit en incluant dans les attentes des agents d'autres informations que les seules données relatives à l'entreprise examinée (donc en maintenant l'hypothèse d'anticipations rationnelles), soit en excluant comme non pertinentes les attentes des agents qui relèveraient d'une psychologie désordonnée. Soit donc en étendant le champ de l'hypothèse d'efficacité informationnelle par inclusion, soit en l'apurant de ce qui n'y participait pas par exclusion. Cette inclusion dans l'hypothèse d'efficacité informationnelle de nouvelles hypothèses auxiliaires ou cette exclusion de l'hypothèse d'efficacité informationnelle de celles des observations qui la menaçaient s'apparentent à des « stratagèmes conventionnalistes » (Popper, 1973) : deux méthodes pour sauver l'hypothèse principale d'efficacité informationnelle.

### 3. Le maintien de l'hypothèse d'efficacité informationnelle

Pour l'évaluation des actifs, une équation d'équilibre (encore appelée équation d'arbitrage ou équation d'évaluation) exprime le prix de tout actif en date  $t$  en fonction de l'anticipation faite pour le prix de cet actif en date  $t+1$ . Cette équation a un effet simple sur le prix : le prix d'équilibre reflète la forme du modèle d'évaluation (effet réflexif du modèle). La forme de l'équilibre dépend du consensus de modélisation : le modèle d'évaluation est la cause formelle de l'efficacité informationnelle. Comme nous l'avons déjà indiqué plus haut, l'hypothèse auxiliaire du modèle d'évaluation retenu par les opérateurs de marché donne sa forme empiriquement testable à l'efficacité principale d'efficacité informationnelle.

Le choix du modèle d'évaluation du titre pour la formation des anticipations du cours futur est donc déterminant pour les mises à l'épreuve de l'hypothèse d'efficacité informationnelle. Chaque type de modèle d'évaluation construit un type particulier de mise à l'épreuve. Le marché est informationnellement efficace par rapport à un modèle d'évaluation donné  $m$ , et toute équation d'équilibre utilisant un modèle d'évaluation  $m$  donné peut donc traduire l'efficacité informationnelle : l'efficacité informationnelle est une  $m$ -efficacité informationnelle. Comme précédemment pour les autres hypothèses auxiliaires, le rejet d'un modèle d'évaluation n'implique pas le rejet de l'hypothèse d'efficacité informationnelle. L'oubli de cette association a pour conséquence l'identification de l'efficacité informationnelle à un modèle particulier d'équilibre.

L'un des objectifs de la modélisation financière est de pouvoir quantifier le risque pris sur un marché, afin d'en fixer le prix de l'échange et de créer des produits financiers qui permettent d'acheter et de vendre ce risque, décomposé en unités élémentaires. Le modèle d'évaluation permet d'inclure cette dimension de risque dans le prix d'un actif financier : les individus n'acceptent de prendre des risques que moyennant une rémunération complémentaire qui dépend de leur attitude (prudence ou non) devant cette prise de risque. La relation entre la rentabilité attendue et le niveau du risque peut alors être formalisée au moyen du niveau du taux d'actualisation. Evaluer un actif financier revient toujours, à un moment donné du travail d'évaluation, à choisir un taux d'actualisation : le choix de ce taux est encore une hypothèse auxiliaire à l'hypothèse principale d'efficacité informationnelle. Le rejet d'un taux donné n'implique pas le rejet de l'hypothèse d'efficacité informationnelle, dont on perçoit bien à nouveau le caractère non testable en soi.

Nous inspirant de la maxime de Lakatos, « une philosophie des sciences sans histoire est vide; une histoire des sciences sans philosophie est aveugle » (Lakatos, 1970, p. 91), nous allons maintenant nous tourner vers l'histoire du choix de ce taux d'actualisation et des représentations qu'il transporte. Trois grandes représentations ont été développées dans les travaux de recherche : taux d'actualisation constant avec portefeuille optimal tangent, taux d'actualisation constant avec probabilité modifiée, taux d'actualisation aléatoire avec portefeuille Log-optimal.

### **3.1 La martingalisation des marchés**

A chaque choix de taux d'actualisation correspond une martingale, et donc une martingalisation possible du marché sur les prix actualisés. Analyser les différentes étapes du choix du taux d'actualisation revient donc à explorer par la voie mathématique la manière dont la pensée financière a utilisé les martingales.

#### **Années 1960 : martingale avec taux d'actualisation constant exogène**

La première des jonctions intellectuelles, unifiant les méthodes de l'évaluation financière des sociétés et les descriptions probabilistes des variations boursières par des martingales, fut effectuée par Samuelson dans ses articles de 1965 et 1973. Cherchant à réconcilier deux opinions apparemment contradictoires, celles des analystes pour lesquels l'art de l'évaluation financière permet de trouver de bons titres à acheter, et celles des statisticiens pour qui les marchés évoluent apparemment au hasard, Samuelson fit apparaître que, non seulement ces deux représentations n'étaient pas contradictoires mais que, au contraire, plus les investisseurs évalueraient correctement une société en utilisant le modèle de flux actualisés, et plus les variations boursières seraient décorrélées.

L'assertion radicale de l'article de 1973 était la suivante : « les investisseurs qui s'informent (sur les conditions économiques réelles de l'entreprise) ont pour effet, par leurs achats et ventes de titres, de blanchir le spectre des variations boursières ». Un spectre blanc est le signe de variations décorrélées : donc plus les variations de la bourse ressembleraient à celle de la roue de la roulette d'un casino (le modèle de la marche au hasard), et plus cela signifierait que les investisseurs étaient compétents et responsables. Plus précisément, en faisant l'hypothèse que les investisseurs évaluent la société par la méthode des flux actualisés en utilisant un taux d'actualisation (*discount rate*) quelconque  $x$ , et que le rendement (*yield*) des actions de cette société (rapport dividende / cours) soit  $y$ , Samuelson montra que l'on pouvait retrouver une martingale sur le cours de l'action actualisé au taux  $x - y$ . Le juste prix bien prévu d'une société était donc celui qui rendait le marché totalement imprévisible. Tel est l'apparent paradoxe de l'idée d'efficacité informationnelle d'un marché, qui ne fut pleinement résolu qu'en 1980 par Grossman et Stiglitz.

Le taux d'actualisation utilisé par les investisseurs était choisi à partir d'un modèle d'équilibre comme CAPM de Sharpe de 1964 : c'était donc une donnée exogène. De plus, il fallait qu'il soit constant, alors que l'on peut imaginer qu'il fluctue selon les horizons d'investissement considérés. Il fallait également que le rendement de l'action soit stationnaire. Cette première forme de martingale sur les marchés financiers était donc assez restrictive.

#### **Années 1970 : martingale avec taux d'actualisation aléatoire endogène**

A partir d'un raisonnement d'équilibre économique, LeRoy en 1973 puis Lucas en 1978 généralisèrent cette première martingale de Samuelson en rendant le taux d'actualisation aléatoire et en le plaçant à l'intérieur de l'espérance mathématique (soit un taux « endogène »). L'inverse de ce taux (un facteur d'actualisation aléatoire ou *stochastic*

*discount factor*) est appelé « noyau d'évaluation par le marché » (*market pricing kernel*). L'équation de Lucas établit la jonction entre l'évaluation financière d'une société et un modèle d'équilibre général en économie avec investisseur représentatif.

L'équivalence entre l'équation de Lucas et le modèle d'équilibre général d'Arrow et Debreu fut obtenue en développant l'espérance mathématique sur les différents états du monde : la valeur du noyau de l'évaluation dans un état du monde est égale au prix du titre élémentaire quantifiant cet état, ajusté par la probabilité de l'état correspondant. D'où l'écriture du noyau en actifs d'Arrow et Debreu.

### **Années 1980 : martingale avec taux sans risque et probabilité modifiée**

La percée intellectuelle de la finance mathématique qui sera à l'origine de l'universalisation de l'idée d'évaluation au juste prix par un taux sans risque comme les taux des coupons zéro arbitrés, va être opérée à la charnière des années 1980, dans la réinterprétation du noyau et des prix d'Arrow-Debreu au moyen des opérateurs du calcul stochastique.

L'intuition fondamentale qu'ont eue, entre 1976 et 1981, Ross, puis Harrison, Kreps et Pliska, a consisté à réinterpréter les prix des états du monde d'Arrow et Debreu comme des valeurs d'une probabilité particulière lorsque le marché était arbitré. Le passage de la probabilité du phénomène (que l'on note P) à la probabilité modifiée (que l'on note en général Q) s'effectua au moyen de la technologie du calcul intégral-différentiel stochastique, par l'opérateur de Radon – Nikodym (ou opérateur de changement de probabilité) noté L et défini en temps discret par  $L = Q/P$ . D'un point de vue intuitif, le monde dual de la probabilité notée Q peut être compris comme un univers psychologique dans lequel les individus seraient indifférents à la chance de gain comme au risque de perte : cette neutralité psychologique vis-à-vis du risque explique à la fois la terminologie de langue anglaise (*risk neutral probability*), et l'actualisation à un taux d'intérêt qui, de ce fait, n'inclut pas de prime de risque. C'est sur cette base conceptuelle que se sont construites les normes européennes de l'évaluation des bilans en « *fair value* ».

Par la transformation de l'ensemble des équations d'évaluation écrites précédemment dans le monde réel en nouvelles équations écrites dans le monde dual de Q, Harrison, Kreps et Pliska ont posé les fondements de l'évaluation moderne des actifs financiers : le juste prix de tout actif financier n'est rien d'autre que l'espérance mathématique de sa valeur future calculée avec la probabilité Q, et actualisée à un taux d'intérêt sans prime de risque, comme par exemple le taux des dettes souveraines pour autant qu'elles soient classées dans la catégorie « sans risque » .

Du point de vue de la dynamique boursière, toutes les martingales écrites avec la probabilité P et un taux d'actualisation incluant une prime de risque, se transforment en martingales avec la probabilité Q et un taux d'actualisation sans prime de risque : on passe de P-martingales à une Q-martingale au moyen de l'opérateur L, et la possibilité même de ce passage est la trace mathématique de l'existence d'un marché arbitré à

l'équilibre, c'est-à-dire dans lequel il n'y a plus aucun arbitrage à effectuer (AOA). La nouvelle relation sur les prix actualisés devient une martingale avec cette probabilité  $Q$ .

### **Années 1990 : l'identification du noyau d'évaluation**

L'identification financière concrète du noyau de l'évaluation sera le fait de Long en 1990 : le noyau sera interprété sur un marché réel comme le facteur d'actualisation au taux de rentabilité d'un portefeuille qui maximiserait pour tout investisseur la croissance de son patrimoine (encore appelé portefeuille Log-optimal). Avec le portefeuille Log-optimal, l'on retrouve à nouveau une martingale, mais avec comme taux d'actualisation utilisé, le taux de rentabilité du portefeuille Log-optimal.

Fondamentalement, la représentation d'un équilibre de marché par le noyau d'évaluation conduit donc nécessairement à une modélisation de la dynamique boursière par une martingale, ce qui correspond indifféremment à une évaluation juste d'une société (au sens de la valeur de Fisher-Williams) ou à une optimalité au sens de l'allocation des ressources et des risques (au sens de Walras-Pareto). Aussi, la notion de noyau d'évaluation, qui représente l'aboutissement des développements de la théorie de l'équilibre général passés dans la finance professionnelle, peut être comprise comme l'objet intellectuel qui a permis à la pensée financière de s'unifier dans les années 1980, pour parvenir à une compréhension d'ensemble de phénomènes économique-financiers pertinents. La représentation par le noyau d'évaluation représente ainsi la spécification la plus aboutie de l'hypothèse d'efficacité informationnelle. Les différentes formes du noyau conduisent à différentes représentations de l'équation d'évaluation, par suite à différentes spécifications de l'hypothèse d'efficacité informationnelle par une hypothèse auxiliaire sur l'évaluation des actifs et des passifs. Ce sont les écritures modernes de l'efficacité informationnelle.

## **3.2 Une convention stochastique**

### **a) Une histoire longue**

Trois histoires de longue durée, trois aventures intellectuelles de la pensée financière et économique traversent le vingtième siècle : elles coexistent séparément dans les travaux universitaires pendant près de soixante ans, en s'ignorant mutuellement jusqu'à leur articulation formelle effectuée dans les années 1980 par une percée conceptuelle majeure qui apparut dans la finance mathématique avec la reconstruction des objets de la théorie financière au moyen de la modélisation mathématique de l'arbitrage. Ce qui n'était qu'une pratique empirique devint la brique de base de la construction des instruments financiers : on découvrit à ce moment que, lorsqu'un marché était arbitré, la succession des cours actualisés pouvait être décrite par une représentation mathématique appelée martingale. L'équivalence entre arbitrage et martingale, la compréhension de cette dernière comme contrepartie mathématique d'un marché arbitré, fut la première étape de la financiarisation généralisée de l'économie qui caractérise les années 1990 puis 2000.

Ces trois domaines sont respectivement : a) la modélisation des variations boursières par des processus aléatoires, c'est-à-dire une recherche de type descriptive (sans explication causale) pour caractériser par une formule mathématique adéquate la forme des trajectoires de cours observées sur les marchés réels; b) l'évaluation des actifs financiers et des entreprises, c'est-à-dire la recherche d'une théorie capable de fournir un cadre conceptuel rigoureux permettant de donner un prix supposé juste à tout objet réel pouvant être négocié; c) la modélisation de l'équilibre en économie, qui inclut les développements de la théorie économique de l'équilibre général (qui étudie l'allocation des ressources dans le cadre d'une économie de marché où règne la concurrence parfaite), initialement décrit dans un cadre statique, puis ensuite généralisé dans un cadre dynamique intertemporel.

Trois domaines, donc, et trois théories en constante gestation : théorie de la dynamique boursière (finance des marchés), théorie de l'évaluation financière (finance des entreprises), théorie de l'équilibre économique (cadre conceptuel général). Ces trois axes de réflexion se sont développés parallèlement en suivant chacun sa dynamique intellectuelle, mathématique, et institutionnelle propre : les types de modélisations, les outils mathématiques mobilisés, les cadres institutionnels à l'intérieur desquels s'effectuaient et se finançaient les recherches, et les populations universitaire et professionnelle concernées furent pendant longtemps différents et irréductibles les uns aux autres.

Ces mondes se sont ignorés d'autant plus volontiers que les objectifs professionnels étaient différents voire contradictoires. Par exemple, les évaluateurs de sociétés et les analystes financiers, disposant d'un outillage mathématique rudimentaire, étaient violemment opposés à l'intrusion des processus aléatoires dans les méthodes d'évaluation. Les statisticiens – probabilistes qui travaillaient sur les équations de la dynamique boursière ne cherchaient pas à intégrer la notion de valeur des entreprises, ni d'ailleurs celle d'allocation optimale des ressources au sens de la macroéconomie. Quant aux économistes universitaires, ils restaient éloignés des développements de la théorie financière, ceci alors même que ces développements commençaient à mordre sur le champ de l'économie.

On mesure donc le changement important qui fut produit par le désenclavement des trois mondes dans les années 1980. Les jonctions des trois domaines de recherche examinés se sont opérées deux à deux au cours de la seconde moitié du vingtième siècle. L'unification se produisit en effet par binôme de théories : la jonction entre l'évaluation financière et les martingales fut faite par Samuelson entre 1965 et 1973; la jonction entre les martingales et les modèles économiques d'équilibre fut faite par LeRoy en 1973 et Lucas en 1978; la jonction entre la théorie de l'arbitrage et l'évaluation financière fut faite par Ross, Harrison, Kreps et Pliska entre 1976 et 1981. La notion de « noyau d'évaluation », qui est un facteur d'actualisation (aussi appelé « déflateur ») à un taux aléatoire, permit de synthétiser puis d'unifier ces trois jonctions partielles.

La synthèse intellectuelle des années 1980 représenta un moment très particulier dans l'histoire de la finance au XX<sup>e</sup> siècle, qui résulta d'une conjonction exceptionnelle de talents déployés à la fois dans les domaines de la finance mathématique, dans les pratiques professionnelles américaines des banques de marché, ainsi que dans les développements de la théorie des probabilités sur les processus aléatoires. La forme mathématique que prit cette jonction conceptuelle fut l'équation d'évaluation en noyau, qui exprima à la fois l'équilibre d'un marché, son optimalité au sens de Pareto, l'évaluation juste de tous les actifs cotés, et la propriété de martingale de la dynamique boursière associée. L'équation d'équilibre à base de noyau est la forme récente la plus aboutie des représentations de l'hypothèse d'efficacité informationnelle.

### b) Une convention stochastique

La synthèse intellectuelle des années 1980 représente un moment très particulier dans l'histoire de la finance du XX<sup>e</sup> siècle, qui a résulté d'une conjonction exceptionnelle de talents déployés à la fois dans les domaines de la finance mathématique, dans les pratiques professionnelles américaines des banques de marché, ainsi que dans les développements de la théorie des probabilités sur les processus aléatoires. La compréhension profonde de l'équivalence entre arbitrage et forme martingale, cette dernière représentant la contrepartie mathématique d'un marché arbitré, fut l'étape intellectuelle indispensable, le tournant de la pensée financière qui libéra l'imagination des ingénieurs financiers et des régulateurs. L'efficacité informationnelle des marchés a alors été pensée en termes d'arbitrages et de martingales, en sorte que l'on peut considérer que la percée conceptuelle des années 1980 a été la compréhension profonde de la puissance de la forme martingale pour l'explication générale des phénomènes financiers et leur unification. Le tableau 1 résume cette trajectoire d'unification de la pensée financière.

Auteurs des travaux initiaux qui lancent le courant de pensée	Année de la publication	Taux d'actualisation utilisé pour l'obtention de la martingale	Probabilité utilisée dans la martingale
Samuelson	1965 – 1973	Constant et exogène	P (phénomène)
LeRoy, Lucas	1973 – 1978	Aléatoire et endogène	P (phénomène)
Ross, Harrison, Kreps, Pliska	1976 – 1981	Sans prime de risque	Q (duale)

Tableau 1 :

L'évolution des hypothèses auxiliaires à l'hypothèse d'efficacité informationnelle

Le désenclavement des trois mondes (évaluation financière, modélisation boursière, pensée économique) dans les années 1980 fut donc une mutation importante pour l'économie mondiale. Cette mutation a rendu possible le développement de la finance mathématique à partir de ces années, et a représenté l'un des fondements intellectuels majeurs de la notion de *fair market value*, puisque cette doctrine trouve son fondement dans l'idée que l'absence d'arbitrage dans un marché efficace au sens informationnel et complet permet de donner un juste prix à tout actif. Les innombrables difficultés techniques rencontrées par les professionnels des banques ou des compagnies d'assurance

dans l'application pratique de la norme IAS 39 (*International Accounting Standards*) n'ont, jusqu'à présent, toujours pas découragé les promoteurs de ces normes et de ces méthodes. La directive européenne « Marchés instruments financiers » (MIF) est venu confirmer très récemment que le noyau dur du programme de recherche au sens de Lakatos est toujours opérant dans la finance professionnelle.

L'affirmation de la polyvalence de cette méthode peut laisser perplexe : en effet, une conceptualisation des marchés comme complets, arbitrés et optimaux au sens de Pareto ne s'accorde pas avec des analyses théoriques et empiriques développées dans la recherche, comme par exemple celles des défaillances de coordination sur les équilibres à anticipations rationnelles, ou celles de l'invalidation de la morphologie brownienne de l'incertitude. Mais, malgré la crise financière de 2007-2008, on constate qu'aujourd'hui encore, rien ne semble pouvoir résister à l'apparente universalité de l'hypothèse d'efficacité informationnelle des marchés et sa stupéfiante pénétration dans la finance professionnelle par le biais des martingales et du noyau d'évaluation. Il est donc pertinent de se demander si ce mouvement ne constituerait pas un axe structurant l'évolution historique de la théorie de la finance tout au long du XX<sup>e</sup> siècle, caractérisé par un cheminement de la réflexion financière vers le noyau de l'évaluation par le marché dont la trace probabiliste est une martingale avec la probabilité  $Q$ .

Nous avons écrit (Walter, 2006a) que cette conception unifiante du fonctionnement des marchés financiers issue de la théorie néoclassique pourrait relever de l'idée keynésienne de convention, cela pour autant que le concept mathématique de  $Q$ -martingale fût lui-même considéré comme une convention. Précisons cela. John Maynard Keynes a employé le terme de convention dans la *Théorie générale* :

« Dans la pratique, nous sommes tacitement convenus, en règle générale, d'avoir recours à une méthode qui repose à vrai dire sur une pure convention. Cette convention consiste essentiellement [...] dans l'hypothèse que l'état actuel des affaires continuera indéfiniment à moins qu'on ait des raisons définies d'attendre un changement. [...] Dans la pratique, nous supposons, en vertu d'une véritable convention, que l'évaluation actuelle du marché, de quelque façon qu'elle ait été formée, est la seule correcte, eu égard à la connaissance actuelle des faits qui influenceront sur le rendement de l'investissement, et que ladite évaluation variera seulement dans la mesure où cette connaissance sera modifiée. [...] La méthode conventionnelle de calcul indiquée ci-dessus est compatible avec un haut degré de continuité et de stabilité dans les affaires, tant que l'on peut compter sur le maintien de la convention (Keynes, 1969, p. 167-168). »

La convention keynésienne installe la condition de possibilité de l'échange économique construit dans l'expérience des agents, expérience solidifiée dans les institutions et dans les calculs. Ici, le terme appellerait un qualificatif qui devrait souligner la nature stochastique du phénomène et l'importance de sa formalisation probabiliste. De là l'expression proposée (Walter, 2006a) de « convention stochastique ». L'utilisation de la notion duhémienne de convention confère à la convention stochastique un double sens :

outre le précédent, celui d'un accord des chercheurs sur l'usage d'une hypothèse auxiliaire probabiliste que reflètent les choix des aléas. Le calcul probabiliste établit le lien qui relie à la fois les agents entre eux (aspect keynésien de la convention) et les agents au phénomène (aspect duhemien de la convention).

La notion de convention stochastique a ensuite été définie comme « l'ensemble des préconditions (implicites et explicites : des institutions et des calculs par exemple) au moyen desquelles les agents répondent à l'incertitude des phénomènes auxquels ils font face » (Brian, 2009, p. 72). Dialoguant avec le texte de Brian, nous dirons ici que la convention est stochastique d'une double manière : au sens où elle s'applique sur un phénomène dont la nature est stochastique, et au sens où elle définit les hypothèses auxiliaires probabilistes qui doivent être statistiquement mises à l'épreuve (validées ou réfutées) pour sauver l'hypothèse théorique principale d'efficacité informationnelle. C'est la raison pour laquelle nous proposons de considérer l'hypothèse d'efficacité informationnelle (dont le noyau d'évaluation représente la forme moderne) comme une convention stochastique.

De la même façon que, au XIX<sup>e</sup> siècle, la statistique était passée de la recherche de moyennes à une moyennisation systématique des variables, on peut considérer que la finance du XX<sup>e</sup> siècle est passée de la recherche de martingales sur les marchés à une « martingalisation » systématique des variations boursières – dans le sens de leur *mise en ordre par des martingales*, la courbe des taux EIOPA –, la martingale remplissant ainsi pour la finance du XX<sup>e</sup> siècle le rôle de la moyenne pour la statistique du XIX<sup>e</sup> siècle. Tout se passe comme si l'expérience collective de la finance au XX<sup>e</sup> siècle était passée par un triple mouvement (empirique, théorique, et institutionnel) d'ajustement à une forme mathématique particulière dont les hypothèses sont finalement relativement simples, voire trop simples pour le monde financier réel. Il y a là comme une action collective normative pour les pratiques professionnelles à grande échelle, et qui semble s'inscrire dans la longue durée comme un processus séculaire.

## Annexe : l'intuition des martingales

L'idée de martingale est intuitivement simple à comprendre, même pour un non mathématicien : elle exprime mathématiquement la notion de jeu équitable (*fair game*), un jeu de hasard dans lequel aucun des joueurs ne doit être avantagé par rapport à l'autre.

Cette notion de jeu équitable se représente de la manière suivante : si  $X_t$  est le gain cumulé acquis au cours du jeu à une date quelconque  $t$ , personne ne sera avantagé si, à cette date, la valeur espérée du gain suivant  $X_{t+1}$  ne peut être déduite des résultats précédents. Autrement dit, le jeu sera équitable si l'espérance du gain supplémentaire est nulle, soit :

$$E(X_{t+1} - X_t | X_t, X_{t-1}, X_{t-2} \dots) = 0$$

Ceci peut encore s'écrire :

$$E(X_{t+1} | X_t, X_{t-1}, X_{t-2} \dots) = X_t$$

soit, en français, « la meilleure prévision de  $X_{t+1}$  connaissant toutes les valeurs passées  $X_{t-1}, X_{t-2} \dots$  etc. est  $X_t$  : personne n'est avantagé sur la connaissance du futur en  $t+1$  connaissant le passé de  $X_t$ .

En écriture plus compacte, on synthétise  $E(X_{t+1} | X_t, X_{t-1}, \dots)$  par  $E_t(X_{t+1})$  où l'indice  $t$  placé après le symbole de l'espérance mathématique résume la suite de valeurs précédentes de  $X_t$ . Avec cette notation, l'écriture représentant la propriété de martingale d'un processus aléatoire  $X_t$  est simplement :

$$E_t(X_{t+1}) = X_t$$

Si maintenant  $X$  est un cours de bourse actualisé, cela veut dire que la meilleure prévision du cours actualisé futur est le cours actualisé coté sur le marché. Cette représentation rejoint la notion de marché efficace au sens informationnel : si toute l'information nécessaire à l'évaluation de l'actif coté est passée dans le cours, alors on ne pourra espérer obtenir de gain supplémentaire en achetant l'actif. Les variations boursières redressées de l'actualisation présenteront la propriété statistique d'apparaître comme des tirages aléatoires sans mémoire, et on dira alors que la bourse évolue « au hasard ».

## Références bibliographiques

- Bachelier, L. (1900), « Théorie de la spéculation », *Annales de l'Ecole normale supérieure*, 3<sup>e</sup> série, tome 27, p. 21-86. Rééd. Jacques Gabay, Paris, 1995.
- Brian É. (2009), *Comment tremble la main invisible. Incertitude et marchés*, Paris, Springer.
- Brian E., (2012), « Languages are scientific workplaces and not simply vehicles for scientific ideas », *Revue de Synthèse*, tome 133, 6<sup>ème</sup> série n°3, p. 315-318.
- Campbell J.Y., Lo A.W., MacKinlay A.C. (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press.
- Challe É. (2008), « Valeur fondamentale et efficacité informationnelle », dans Walter et Brian (2008), p. 25-54.
- De Long J.B., Shleifer A., Summer L., Waldmann R. (1990a), « Noise Trader Risk in Financial Markets », *Journal of Political Economy*, vol. 98, p. 703-38.
- De Long J.B., Shleifer A., Summer L., Waldmann R. (1990b), « Positive Feedback Investment Strategies and Destabilizing Rational Speculation », *Journal of Finance*, vol. 45, p. 375-95.
- Fama E. (1970), « Efficient capital markets: a review of theory and empirical work », *Journal of Finance*, vol. 25, p. 383-417 et discussion p. 418-423.
- Fama E. (1991), « Efficient capital markets: II », *Journal of Finance*, vol. 46, n°5, p. 1575-617.
- Geman H., El Karoui N., Rochet J.-C. (1995), « Changes of Numeraire, Changes of Probability Measures and Option Pricing », *Journal of Applied Probability*, vol. 32, p. 443-58.
- Grossman S., Stiglitz J. (1980), « On the impossibility of informationally efficient markets », *American Economic Review*, vol. 70, p. 393-408.
- Hagège C. (1985), *L'homme de paroles*, Paris, Gallimard.
- Hagège C. (2012), *Contre la pensée unique*, Paris, Odile Jacob.
- Harrison M., Kreps D., (1979), « Martingales and Arbitrage in Multiperiod Securities Markets », *Journal of Economic Theory*, vol. 20, p. 381-408.
- Harrison M., Pliska S., 1981, « Martingales and Stochastic Integrals in the Theory of Continuous Trading », *Stochastic Processes and Applications*, vol. 11, p. 215-60.
- Jacquillat B., Solnik B. (1997), *Marchés financiers. Gestion de portefeuille et des risques*, Paris, Dunod.
- Jensen M. (1978), « Some anomalous evidence regarding market efficiency », *Journal of Financial Economics*, vol. 6, p. 95-101.
- Karatzas I., Shreve S. (1998), *Methods of Mathematical Finance*, Berlin, Springer.
- Lakatos I. (1970), « History of Science and its Rational Reconstructions », *Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*, Vol. 1970, p. 91-136.
- LeRoy S. (1989), « Efficient capital markets and martingales », *Journal of Economic Literature*, vol. 27, p. 1583-621.
- Lévy-Leblond J.-M. (1996), *La pierre de touche. La science à l'épreuve*, Paris, Gallimard.
- Popper K. (1973), *La logique de la découverte scientifique*, Paris, Payot.

- Popper K. (1985), *Conjectures et réfutations*, Paris, Payot.
- Roger P. (1988), « Théorie des marchés efficients et asymétrie d'information : une revue de la littérature », *Finance*, vol. 9, n°1, p. 57-98.
- Revue de Synthèse (2012), *Heuristique des langues*, tome 133, n°3.
- Shiller R. (2000), *Irrational Exuberance*, Princeton, Princeton University Press.
- Shleifer A, Summers L. (1990), « The Noise Trader Approach to Finance », *Journal of Economic Perspectives*, vol. 4, n°2, p. 19-33.
- Walter C. (1994), Les structures du hasard en économie. Efficience des marchés, lois stables et processus fractals, Thèse de doctorat, IEP, Paris, décembre.
- Walter C. (1996), « Une histoire du concept d'efficience sur les marchés financiers », *Annales Histoire Sciences Sociales*, juillet-août, n°4, p. 873-905.
- Walter C. (2003), « 1900 – 2000 : un siècle de descriptions statistiques des variations boursières ou les aléas du modèle de marche au hasard en finance », <http://www.paris-jourdan/ens.fr/Bourse/WalterCF2003.pdf>.
- Walter C. (2004), « Volatilité boursière excessive : irrationalité des comportements ou clivage des esprits ? », *Revue d'économie financière*, vol. 74, p. 85-104.
- Walter C. (2006a), « Les martingales sur les marchés financiers. Une convention stochastique ? », *Revue de synthèse*, n°2, p. 379-91.
- Walter C. (2006b), « Les quatre causes de l'efficacité informationnelle des marchés », *Finance et bien commun*, n° 23, p. 107-15.
- Walter C., Brian É. (2008) (dir.), *Critique de la valeur fondamentale*, Paris, Springer,